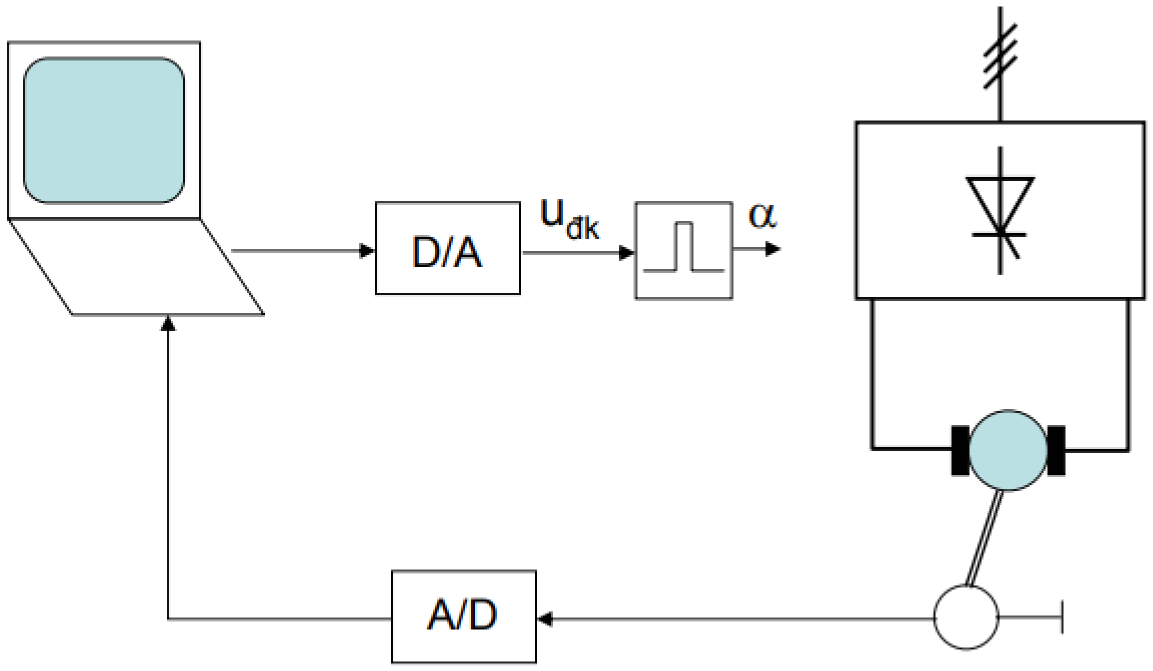
Điều khiển số

2 TC – 30 tiết



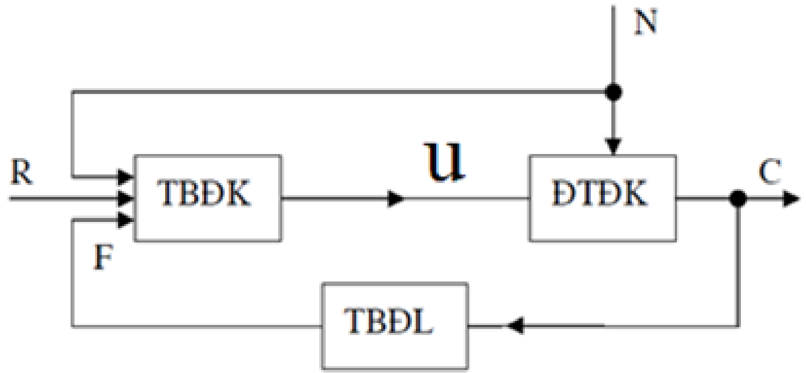
Điều khiển số

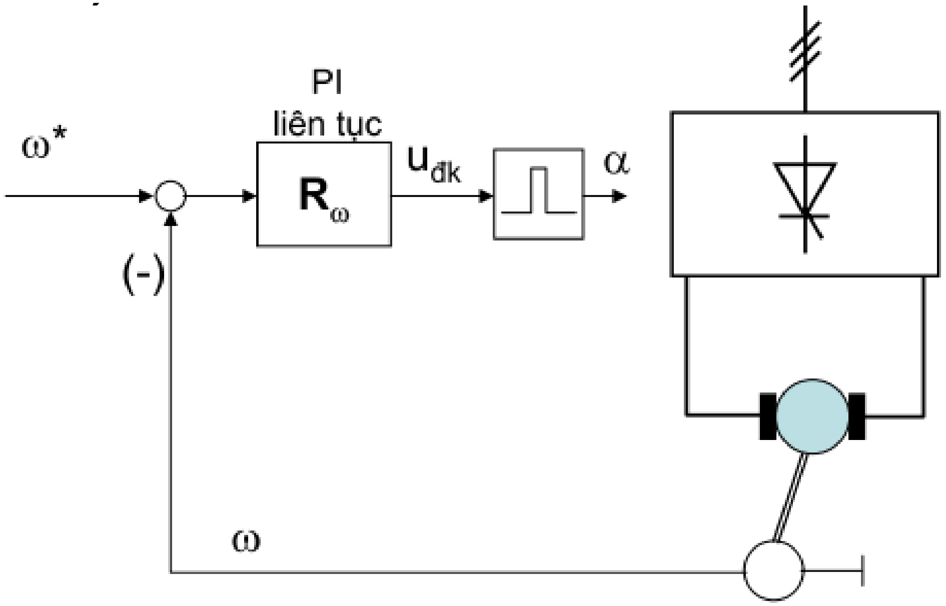
Hệ thống điều khiển tự động (a) có phản hồi:

C- là tín hiệu cần điều khiển;

U- là tín hiệu điều khiển;

R - là tín hiệu chủ đạo, chuẩn hoặc tham chiếu;

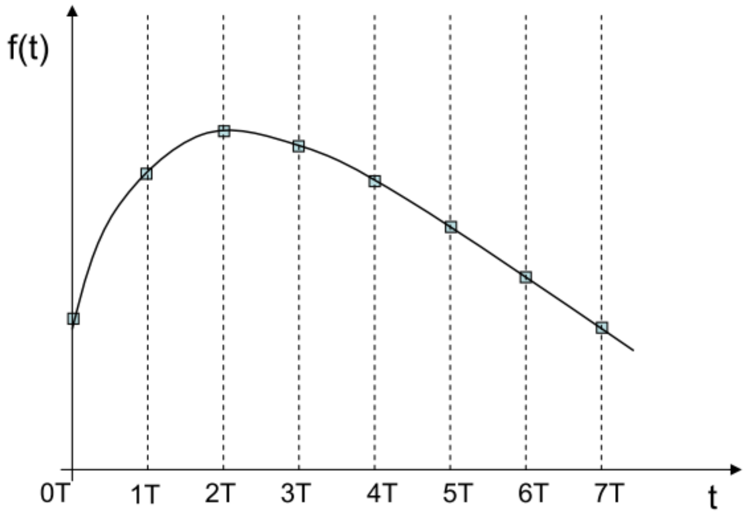


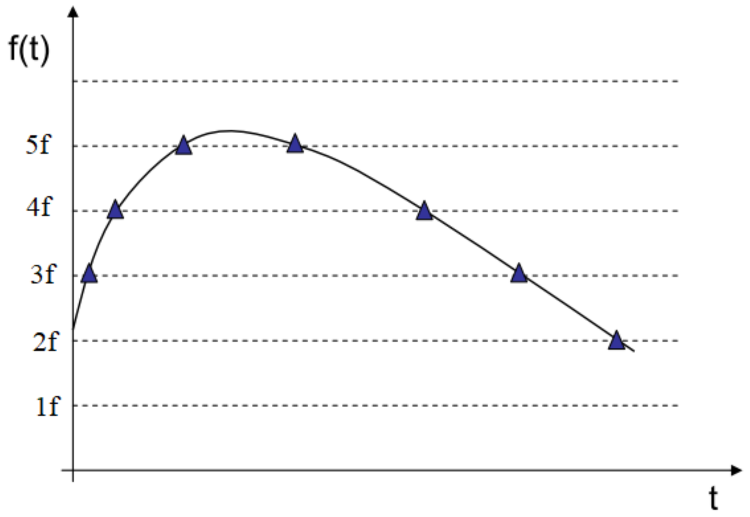


LẤY MẪU TÍN HIỆU (LƯỢNG TỬ HOÁ)

Tín hiệu:

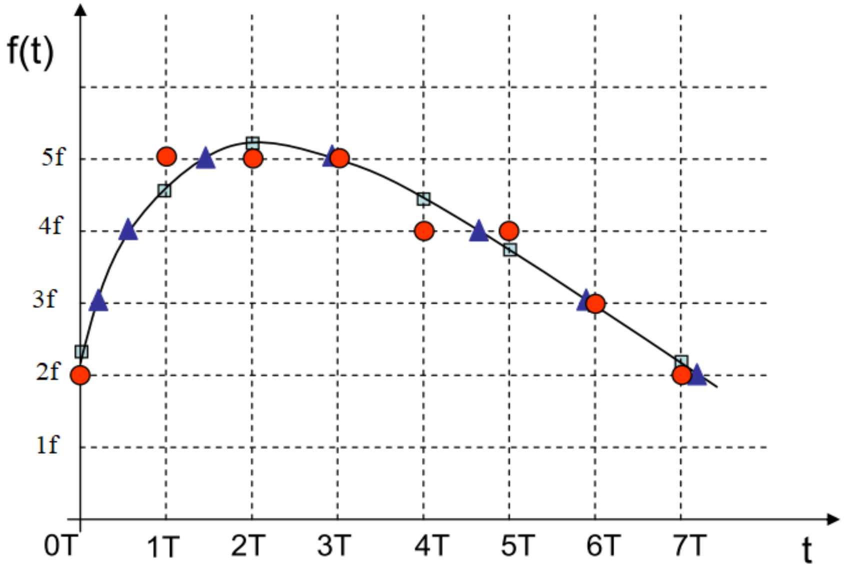
- Tương tự
- Rời rạc
- Tín hiệu số
- Liên tục





Lượng tử hóa:

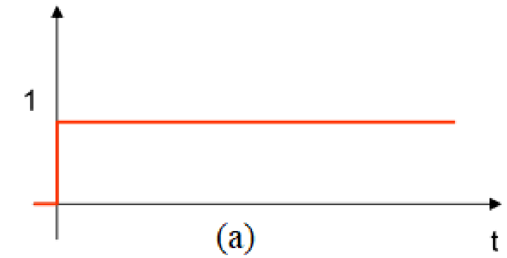
- Lượng tử hóa theo thời gian
- Lượng tử hóa theo mức
- Lượng tử hóa hỗn hợp



MỘT SỐ HÀM CƠ BẢN

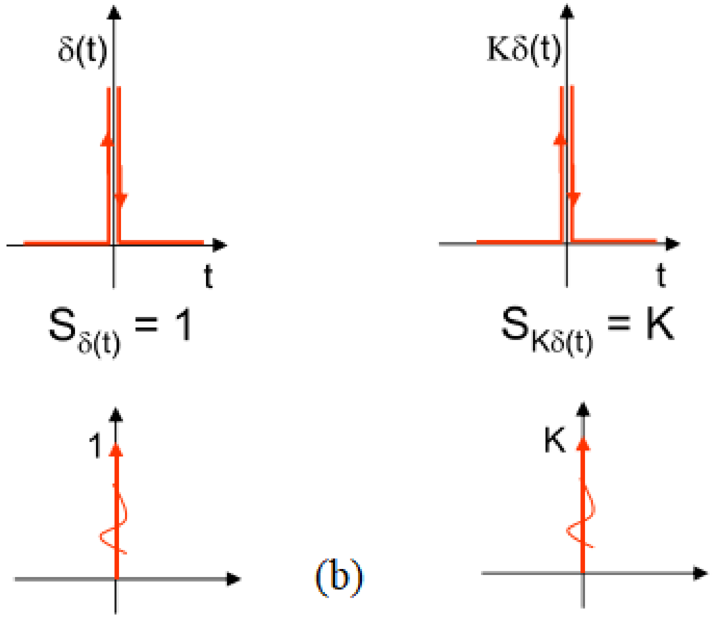
Hàm bậc thang đơn vị:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$



Hàm xung Dirac

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t \neq 0 \end{cases}$$

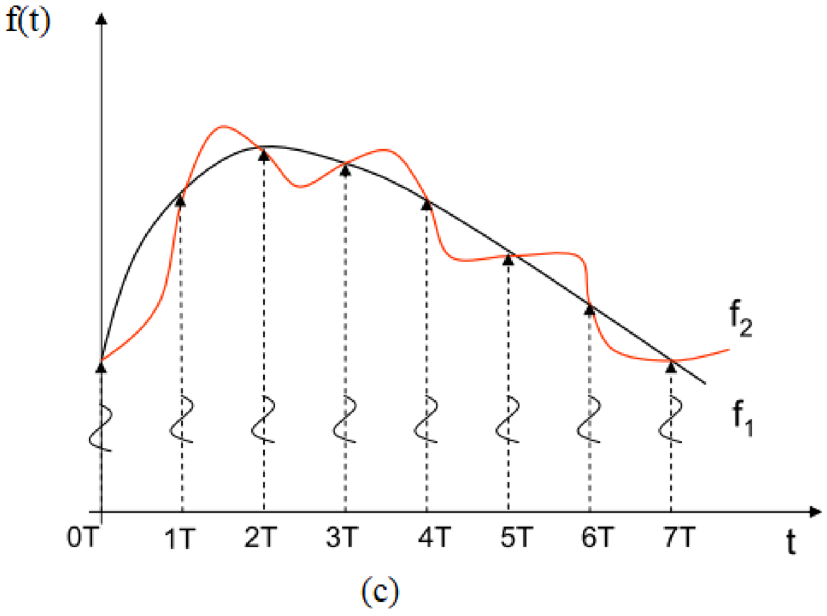


Theo định lý Nyquist, chu kỳ lấy mẫu T củ bộ biến đổi A/D phải có giá trị

$$T \leq \frac{1}{2f_{\max}}$$

$f_{\max}$

là tần số cực đaij của sóng điều hoà hình sin của tín hiệu đầu vào



MỘT SỐ HÀM CƠ BẢN

Áp dụng

Ví dụ: Cho hàm số kích thích đầu vào $f(t)$

$$f(t) = \cos^2(100\pi t) = \frac{1+\cos(2.100\pi t)}{1}$$

Từ biểu thức $f(t)$ trên ta có $f_{\max} = 100Hz \Rightarrow T_{\max} = \frac{1}{200} = 0{,}005s$

Chu kỳ trích mẫu lần lượt là 0; 0,005; 0,01; 0,015; 0,02

Giá trị lần lượt là: 1; 0; 1; 0; 1

Ví dụ: Cho hàm số:

$$f(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n-1)\pi} \sin[(2n-1)2\pi t]$$

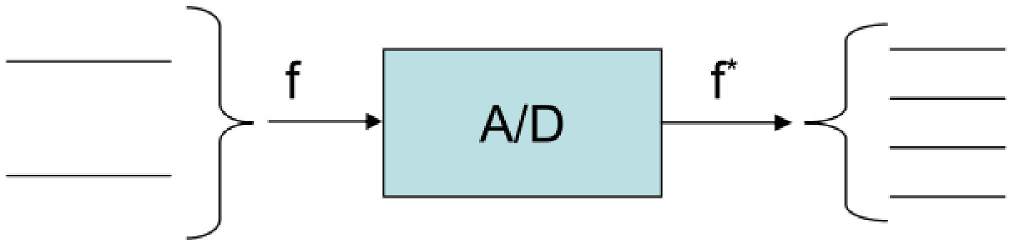
$$T_{\max} = \frac{1}{2f_{\max}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2(2n-1)} = 0$$

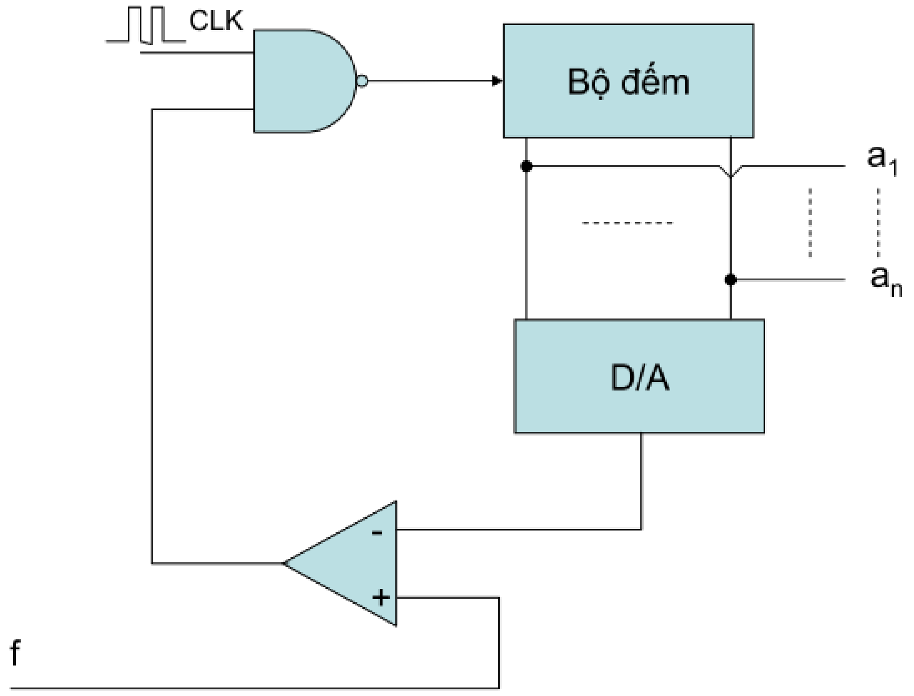
Sử dụng Matlab
Các hàm cơ bản

BỘ BIẾN ĐỔI A/D

Để chuyển đổi từ tín hiệu tương tự thành tín hiệu số ta phải thực hiện qua hai bước

- Chuyển đổi tín hiệu tương tự thành tín hiệu lấy mẫu thông qua quá trình lấy mẫu tín hiệu: x(t) □ x'(t)
- Chuyển từ tín hiệu lấy mẫu thành tín hiệu số thông qua quá trình lượng tử hóa theo mức: x'(t) □ x*(t)





Xét bộ lấy mẫu có đầu vào là tín hiệu liên tục x(t) và đầu ra là tín hiệu rời rạc x*(t). Quá trình lấy mẫu có thể mô tả bởi biểu thức toán học sau:

$$x^*(t) = x(t).s(t) \qquad s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-kT)$$

Giả sử x(t) = 0 khi t < 0 ta được:

$$x^*(t) = x(t).\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-kT) = \sum_{k=0}^{+\infty} x(t)\delta(t-kT) = \sum_{k=0}^{+\infty} x(kT)\delta(t-kT)$$

BỘ BIẾN ĐỔI A/D

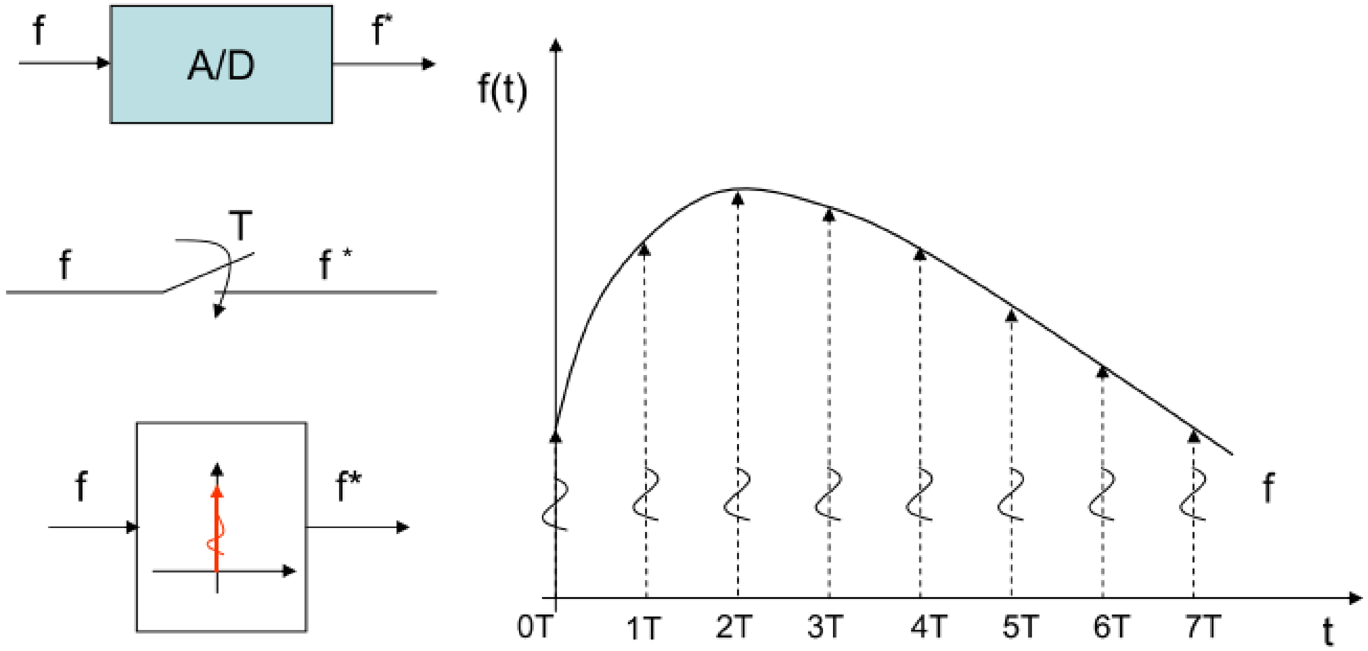
$$x^*(t) = x(t).\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-kT) = \sum_{k=0}^{+\infty}x(t)\delta(t-kT) = \sum_{k=0}^{+\infty}x(kT)\delta(t-kT)$$

Biến đổi Laplace hai vế ta được

$$X^*(s) = \sum_{k=0}^{+\infty}x(kT)e^{-kTs}$$

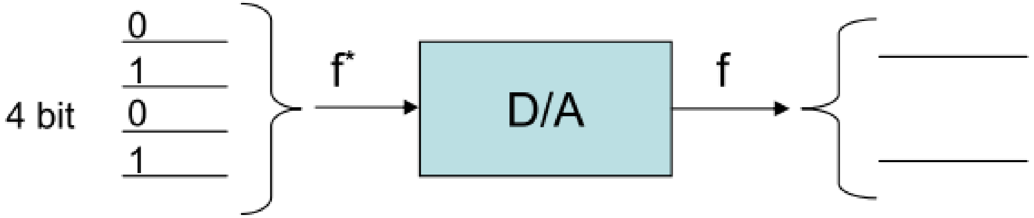
Đây là biểu thức toán học mô tả quá trình lấy mẫu

Mô tả bộ biến đổi A/D được biểu thị ở sơ đồ khối trước/sau



BỘ BIẾN ĐỔI D/A

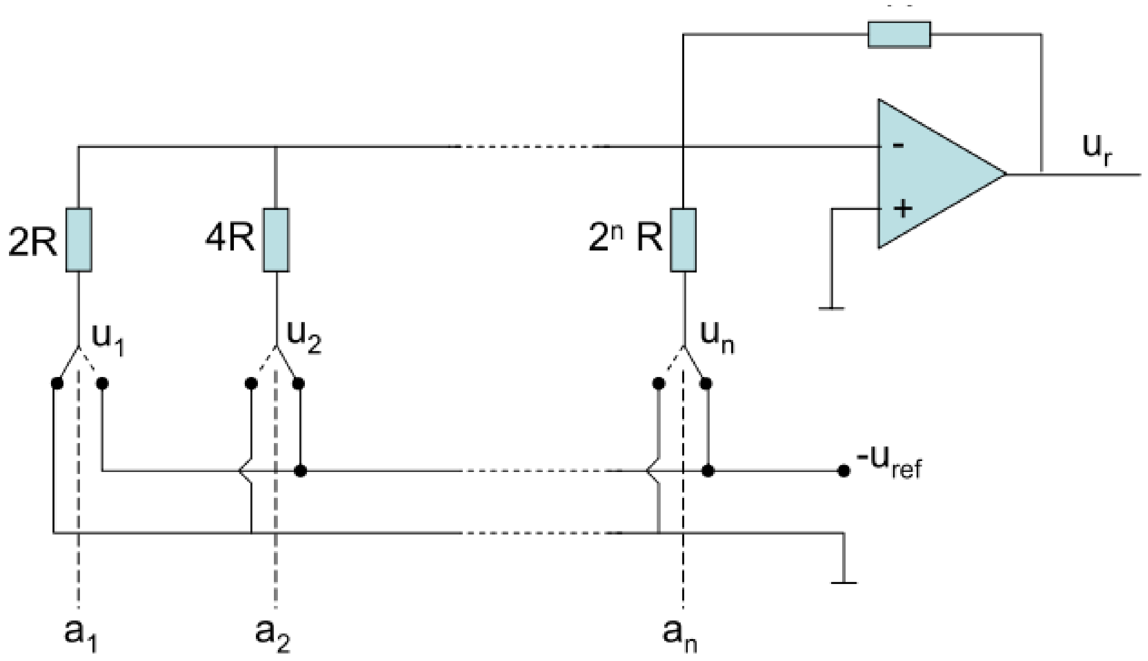
Sơ đồ cấu trúc bộ biến đổi D/A



$$u_i = -a_i.u_{ref}$$

$$u_r = -R\sum_{i=1}^{n}\frac{u}{2^iR} = \sum_{i=1}^{n}\frac{a_iu_{ref}}{2^i} = \frac{u_{ref}}{2^n}\sum_{i=1}^{n}a_i.2^{n-i}$$

$$u\sum_{i=1}^{n}\frac{a_iu_{ref}}{2^i} = u_{ref}\frac{2^n-1}{2^n}$$
max



Trong đó:

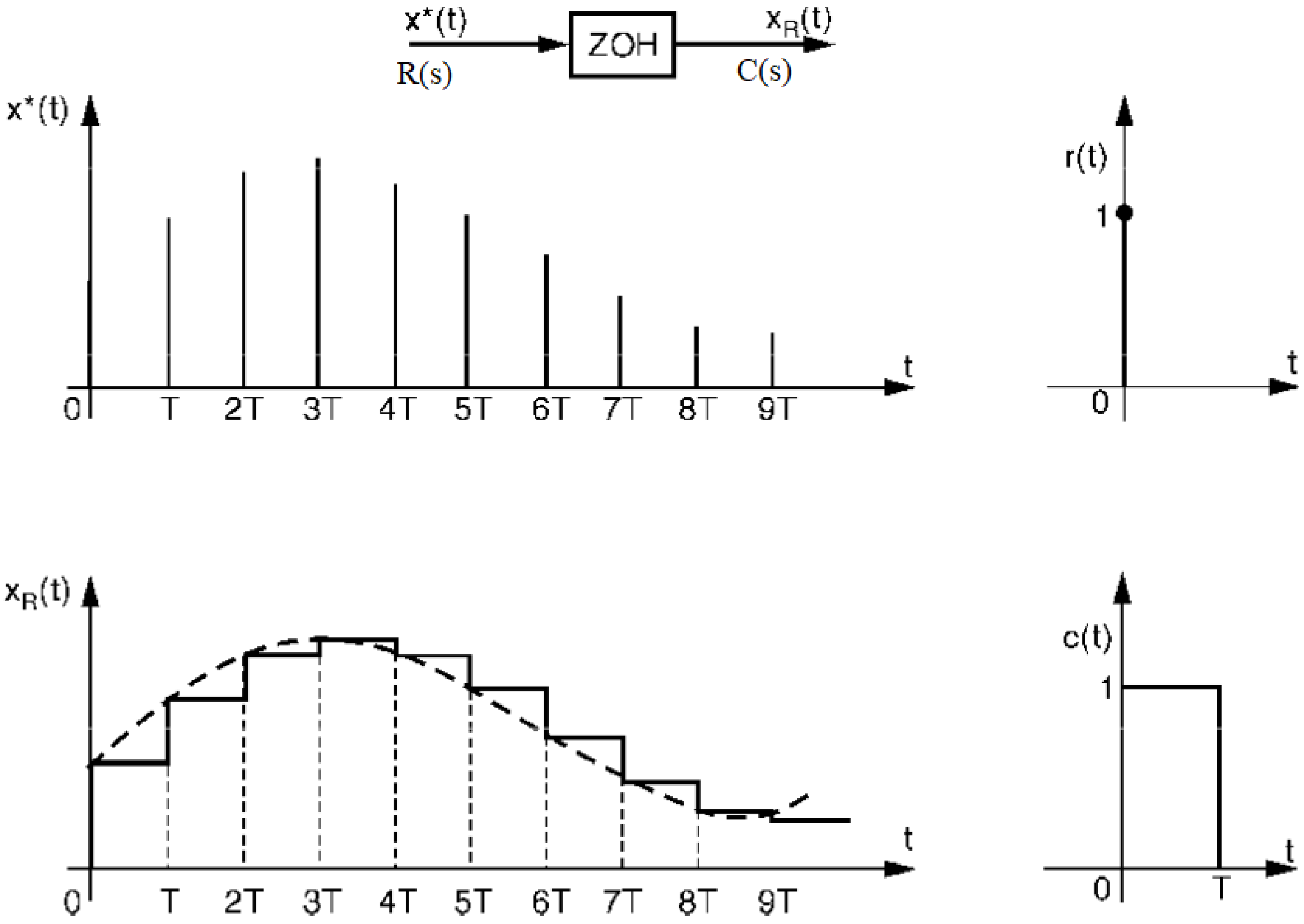
n là số bít phân giải

u_{max} là giá trị cực đại điện áp đầu ra

$\frac{u_{ref}}{2^n}$ là độ phân giải

BỘ BIẾN ĐỔI D/A

Khâu giữ dữ liệu là khâu chuyển tín hiệu rời rạc theo thời gian thành tín hiệu liên tục theo thời gian. Khâu giữ dữ liệu có nhiều dangj khác nhau ,đơn giản nhất và được sử dụng nhiều nhất trong các hệ thống điều khiển rời rạc là khâu giữ bậc 0 (Zero- Order Hold- ZOH)



BỘ BIẾN ĐỔI D/A

Ta tìm được hàm truyền của khâu ZOH . Để ý rằng nếu tín hiệu vào của khâu ZOH là xung dirac thì tín hiệu ra là xung vuông có độ rộng bằng T. Ta có

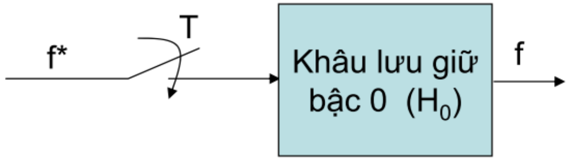
$R(s) = 1$, vì r(t) là hàm Dirac

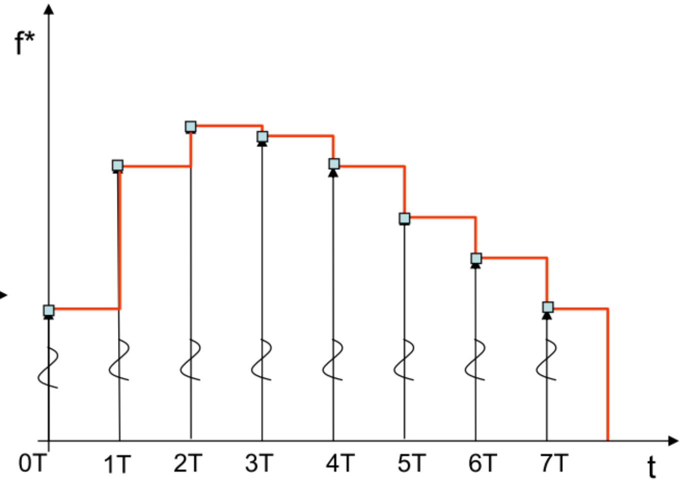
$$C(s) = L\{c(t)\} = L\{u(t) - u(t-T)\} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-Ts} = \frac{1-e^{-Ts}}{s}$$

Theo định nghĩa: $G_{ZOH}(s) = \dfrac{C(s)}{R(s)}$ Do đó:

$$G_{ZOH}(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1-e^{-Ts}}{s} = \frac{1-z^{-1}}{z}$$

Biểu thức toán học trên là hàm truyền của khâu lưu giữ bậc 0. Trong các hệ thống điều khiển thực tế, nếu có thể bỏ qua được sai số lượng tử hóa thì các khâu chuyển đổi D/A chính là các khâu giữ bậc 0 (ZOH).





Sử dụng Matlab

Các hàm cơ bản

BIẾN ĐỔI Z

Khi giải phương trình sai phân bậc cao người ta thường gặp nhiều khó khăn, vì vậy người ta thường dùng biến đổi Z để biến phương trình sai phân tuyến tính của hệ gián đoạn thành phương trình đại số. Điều này hoàn toàn tương tự như trong trường hợp hệ liên tục dùng biến đổi Laplace để biến phương trình vi tích phân thành phương trình đại số.

Ta có phép biến đổi Laplace của tín hiệu liên tục

$$f(t) \overset{L}{\Rightarrow} F(s) = L\{x(t)\} = \int_0^\infty f(t).e^{-st}dt$$

Đối với tín hiệu rời rạc thì phép biến đổi Laplace như sau:

$$f(k) \overset{L}{\Rightarrow} F^*(s) = L\{f(k)\} = \int_0^\infty f(k).e^{-st}dt = \int_0^\infty \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)\delta(t-kT).e^{-st}dt$$

$$\Rightarrow F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty}\int_0^\infty f(kT)\delta(t-kT)e^{-st}dt = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)\int_0^\infty \delta(t-kT)e^{-st}dt$$

$$\Rightarrow F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)L\{\delta(t-kT)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT).e^{-kTs}$$

Đặt $s = \dfrac{\ln z}{T}$ thì ta có $F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT).z^{-k}$

BIẾN ĐỔI Z

Miền hội tụ là tập hợp tất cả các giá trị z sao cho F(z) hữu hạn

Giả sử f(t) là tín hiệu liên tục trong miền thời gian, lấy mẫu f(t) với chu kì lấy mẫu T ta được chuỗi rời rạc f(k)=f(kT).

Biểu thức lấy mẫu f(t):

$$F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT).e^{-kTs}$$

Biểu thức biến đổi Z:

$$F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k).z^{-k}$$

Bản chất của việc biến đổi Z một tín hiệu chính là rời rạc hóa tín hiệu đó

Cho $f(k)$ là chuỗi tín hiệu rời rạc. Biến đổi Z của hàm $f(k)$ tổng quát là:

$$F(z) = Z\{f(k)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k).z^{-k}$$

Trong đó: $z = e^{Ts}$

$$Z\{f(t)\} ... f(t) \to f(k) \to F(z)$$
$$Z\{f(s)\} ... f(s) \to f(t) \to f(k) \to F(z)$$

Nếu $f(k) = 0, \forall k < 0$ thì biểu thức được định nghĩa thành:

$$F(z) = Z\{f(k)\} = \sum_{k=0}^{+\infty} f(k).z^{-k}$$

BIẾN ĐỔI Z

Kết luận

Cho x(k) là chuỗi tín hiệu rời rạc .Biến đổi Z là x(k) là :

$$X(z) = Z\{x(k)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) z^{-k}$$

Trong đó : $z = e^{Ts}$ (s là biến laplace)

Ký hiệu : $x(k) \xleftrightarrow{Z} X(z)$

Nếu x(k)=0, $\forall k < 0$ thì biểu thức định nghĩa trở thành :

$$X(z) = Z\{x(k)\} = \sum_{k=0}^{+\infty} x(k) z^{-k}$$

Miền hội tụ (Region of Convergence – ROC) : tập hợp tất cả các giá trị z sao cho X(z) hữu hạn.

BIẾN ĐỔI Z

Kết luận

Giả sử x(t) là tín hiệu liên tục trong miền thời gian , lấy mẫu x(t) với chu kì lấy mẫu T ta được chuỗi rời rạc x(k)=x(kT).

Biểu thức lấy mẫu x(t):

$$X^*(s) = \sum_{k=0}^{+\infty} x(kT)e^{-kTs}$$

Biểu thức biến đổi Z :

$$X(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} x(k)z^{-k}$$

Vì $z = e^{Ts}$ nên vế phải của hai biểu thức (1.9) và (1.10) là như nhau, do đó bản chất của việc biến đổi Z một tín hiệu chính là rời rạc hóa tín hiệu đó .

BIẾN ĐỔI Z

$f(t)$	$F(p)$	$F(z)$
$\delta(t)$	1	1
1	$\frac{1}{p}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{T.z}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{p^3}$	$\frac{T^2.z.(z+1)}{2(z-1)^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{z}{z-B}$; $B=e^{-aT}$
$t.e^{-at}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$	$\frac{T.z.B}{(z-B)^2}$
$\frac{1}{2}t^2.e^{-at}$	$\frac{1}{(p+a)^3}$	$\frac{1}{2}T^2.(z+B)\cdot\frac{z.B^2}{(z-B)^3}$
$1-e^{-at}$	$\frac{a}{p.(p+a)}$	$\frac{(1-B).z}{(z-1)(z-B)}$
$\frac{1}{a}\left(at-1+e^{-at}\right)$	$\frac{a}{p^2.(p+a)}$	$-\frac{(1-B).z}{a(z-1)(z-B)}+\frac{zT}{(z-1)^2}$
$e^{-at}(1-at)$	$\frac{p}{(p+a)^2}$	$\frac{z^2-zB(1+aT)}{(z-B)^2}$
$\sin at$	$\frac{a}{p^2+a^2}$	$\frac{z.\sin aT}{z^2-2z\cos aT+1}$
$\cos at$	$\frac{p}{p^2+a^2}$	$\frac{z^2-z.\sin aT}{z^2-2z\cos aT+1}$
$e^{-at}\sin ct$	$\frac{a}{(p+a)^2+c^2}$	$\frac{z.B.\sin cT}{z^2-2z.B.\cos cT+B^2}$
$e^{-at}\cos ct$	$\frac{p+a}{(p+a)^2+c^2}$	$\frac{z.(z-B.\cos cT)}{z^2-2z.B.\cos cT+B^2}$

BIẾN ĐỔI Z

Ví dụ biến đổi Z

$$F(z) = Z\{f(k)\} = \sum_{k=0}^{+\infty} f(k).z^{-k}$$

Tìm biểu diễn toán học của tín hiệu trong hình 4.1, sau đó tìm biến đổi z.

Giải

(a) Chú ý tín hiệu là nhân quả và giảm đều , nó có giá trị 0.8^n với $n \geq 0$. Vì vậy ta viết

$$x(n) = 0.8^n u(n)$$

và sử dụng biến đổi (4.1)

BIẾN ĐỔI Z

Ví dụ biến đổi Z

$$F(z)=Z\{f(k)\}=\sum_{k=0}^{+\infty} f(k).z^{-k}$$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

$$= 1 + 0.8z^{-1} + 0.64z^{-2} + 0.512z^{-3} + \ldots$$

$$= 1 + (0.8z^{-1}) + (0.8z^{-1})^2 + (0.8z^{-1})^3 + \ldots$$

Ap dụng công thức chuỗi hình học vô hạn (2.8)

$$1 + x + x^2 + x^3 + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}, \quad |x| < 1$$

Với $x = 0.8z^{-1}$ ta có

$$X(z) = \frac{1}{1-0.8z^{-1}} = \frac{z}{z-0.8}$$

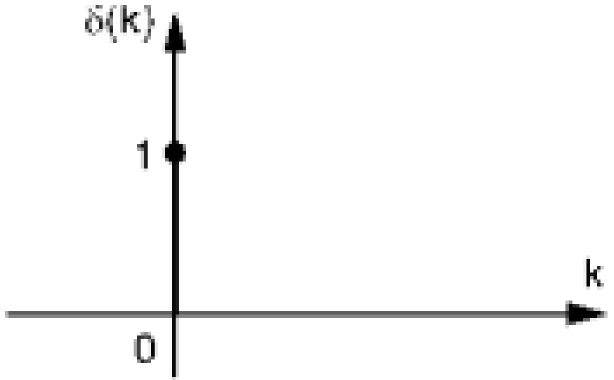
Kết quả có hình thức của cả hai bên. Điều kiện $|0.8z^{-1}| < 1$ nghĩa $|z| > 0.8$.

BIẾN ĐỔI Z

3. Biến đổi Z của các hàm

a. Hàm dirac

$$\delta(k) = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$



Theo định nghĩa :

$$Z\{\delta(k)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(k) z^{-k} = \delta(0) z^{-0} = 1$$

Vậy : $\delta(k) \xrightarrow{Z} 1$ (ROC toàn bộ mặt phẳng Z)

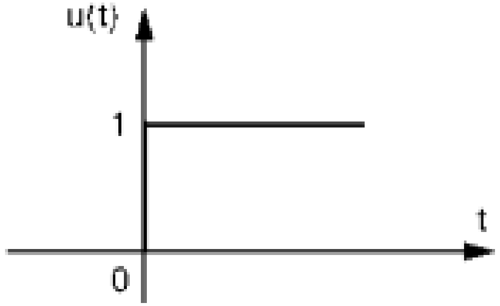
BIẾN ĐỔI Z

3. Biến đổi Z của các hàm cơ bản

b. Hàm nấc đơn vị

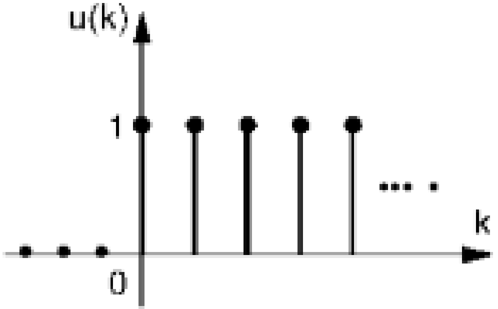
Hàm nấc đơn vị (liên tục trong miền thời gian) :

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



Lấy mẫu u(t) với chu kì lấy mẫu là T ta được :

$$u(k) = \begin{cases} 1 & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases}$$



Theo định nghĩa :

$$Z\{u(k)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u(k)z^{-k} \sum_{k=0}^{+\infty} u(k)z^{-k} = 1 + z^{-1} = z^{-2} + \ldots + z^{-\infty}$$

BIẾN ĐỔI Z

3. Biến đổi Z của các hàm cơ bản

Nếu $z^{-1}<1$ thì biểu thức trên là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn. Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn , ta dễ dàng suy ra :

$$Z\{u(k)\} = \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{z}{z-1}$$

Vậy : $u(k) \xrightarrow{Z} \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{z}{z-1}$

BIẾN ĐỔI Z

4. Tính chất của phép biến đổi Z

a. Tính tuyến tính

Nếu $x_1(k) \xrightarrow{Z} X_1(z)$

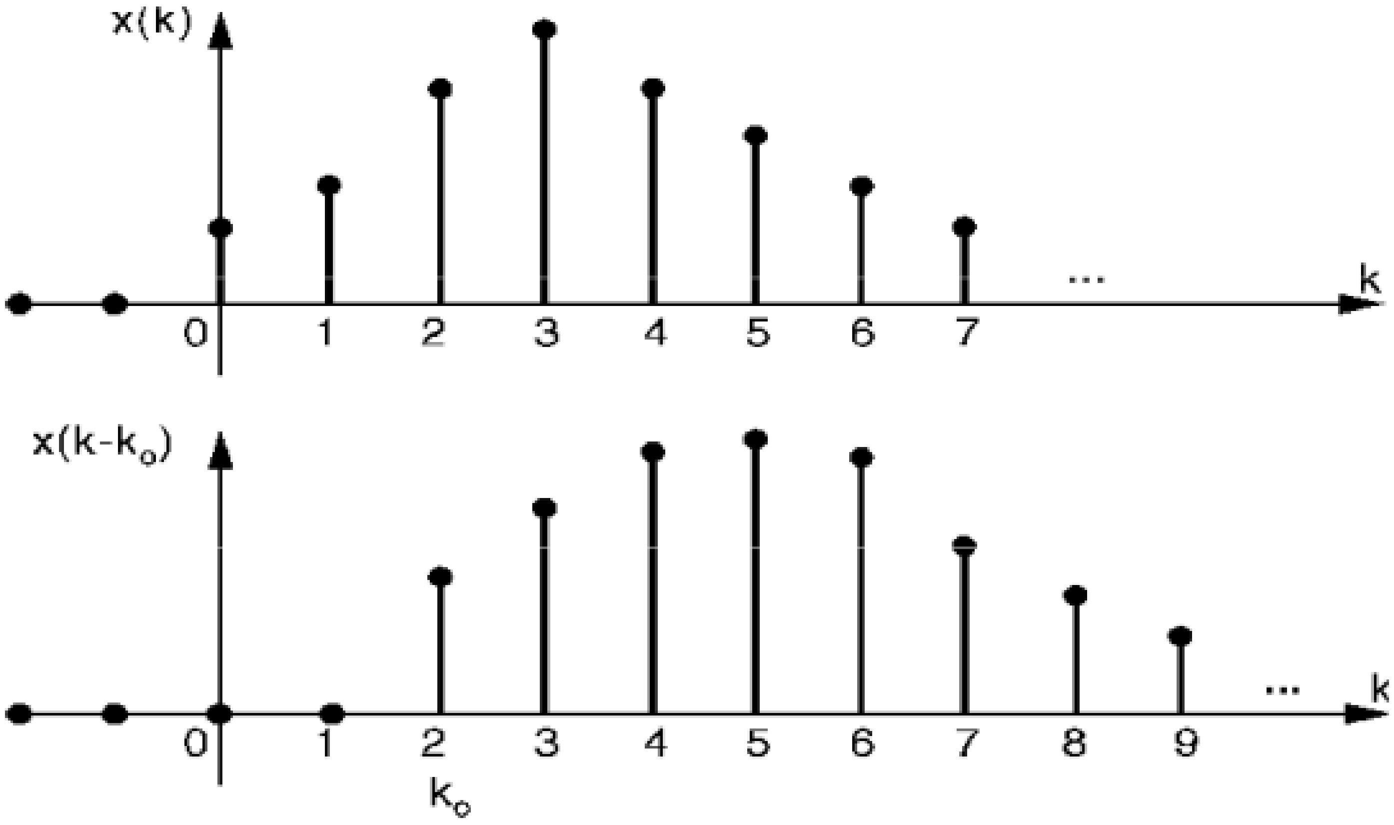
$x_2(k) \xrightarrow{Z} X_2(z)$

Thì $a_1x_1(k)+a_2x_2(k) \xrightarrow{Z} a_1X_1(z)+a_2X_2(z)$

BIẾN ĐỔI Z

4. Tính chất của phép biến đổi Z

b. Dời trong miền thời gian



Hình 1.13. Làm trễ tín hiệu k_0 mẫu

BIẾN ĐỔI Z

4. Tính chất của phép biến đổi Z

Nếu $x(k) \xrightarrow{Z} X(z)$

Thì $x(k-k_o) \xrightarrow{Z} z^{-k_o}X(z)$

Nhận xét:

Nếu trong miền Z ta nhân X(z) với z^{-k_o} thì tương đương với trong miền thời gian là trễ tín hiệu x(k) k_o chu kì lấy mẫu .

Vì $x(k-1) \xrightarrow{Z} z^{-1}X(z)$ nên z^{-1} được gọi là toán tử làm trễ 1 chu kì lấy mẫu.

BIẾN ĐỔI Z

4. Tính chất của phép biến đổi Z

c. Tỉ lệ trong miền Z

Nếu : $x(k) \xrightarrow{Z} X(z)$

Thì : $a^k x(k) \xrightarrow{Z} X\left(a^{-1}z\right)$

d. Đạo hàm trong miền Z

Nếu : $x(k) \xrightarrow{Z} X(z)$

Thì : $kx(k) \xrightarrow{Z} -z\dfrac{dX(z)}{dz}$

BIẾN ĐỔI Z

4. Tính chất của phép biến đổi Z

e. Định lí giá trị đầu

Nếu : $x(k) \xrightarrow{Z} X(z)$

Thì : $x(0) = \lim\limits_{z \to \infty} X(z)$

f. Định lý giá trị cuối

Nếu : $x(k) \xrightarrow{Z} X(z)$

Thì : $x(\infty) = \lim\limits_{z \to 1} \left(1 - z^{-1}\right) X(z)$

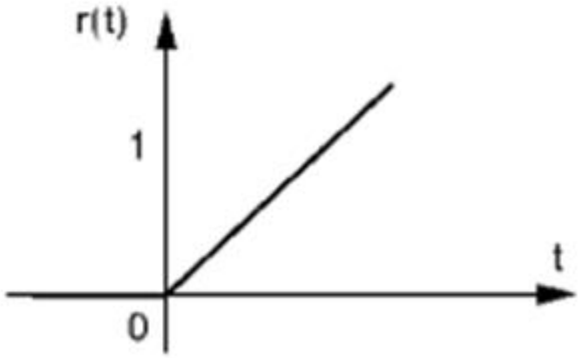
BIẾN ĐỔI Z

3. Biến đổi Z của các hàm cơ bản

c. Hàm dốc đơn vị

Hàm dốc đơn vị liên tục trong miền thời gian:

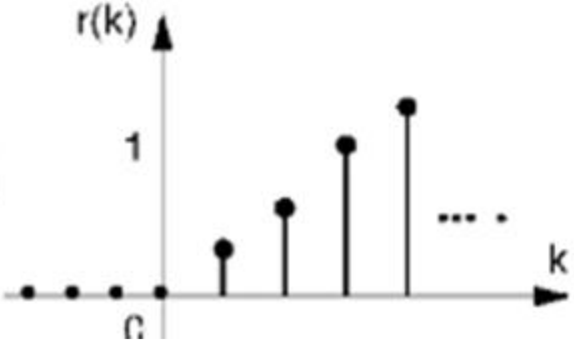
$$r(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



Lấy mẫu r(t) với chu kì lấy mẫu là T , ta được :

$$r(k) = \begin{cases} kT & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow r(k) = kTu(k)$$



Ta tìm biến đổi Z của r(k) bằng cách áp dụng tín

Ti lệ trong miền Z:

BIẾN ĐỔI Z

3. Biến đổi Z của các hàm

Ta có :

$$u(k) \xrightarrow{Z} \frac{1}{1-z^{-1}}$$

$$\Rightarrow ku(k) \xrightarrow{Z} -z\frac{d}{dz}\left\{\frac{1}{1-z^{-1}}\right\} = \frac{z^{-1}}{\left(1-z^{-1}\right)^2}$$

$$\Rightarrow kTu(k) \xrightarrow{Z} \frac{Tz^{-1}}{\left(1-z^{-1}\right)^2} = \frac{Tz}{(z-1)^2}$$

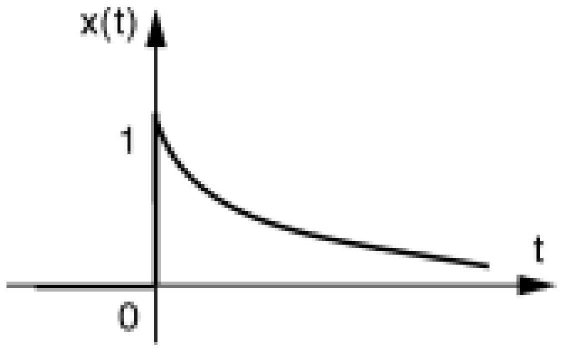
Vậy $r(k) = kTu(k) \xrightarrow{Z} \frac{Tz^{-1}}{\left(1-z^{-1}\right)^2} = \frac{Tz}{(z-1)^2}$

BIẾN ĐỔI Z

3. Biến đổi Z của các hàm

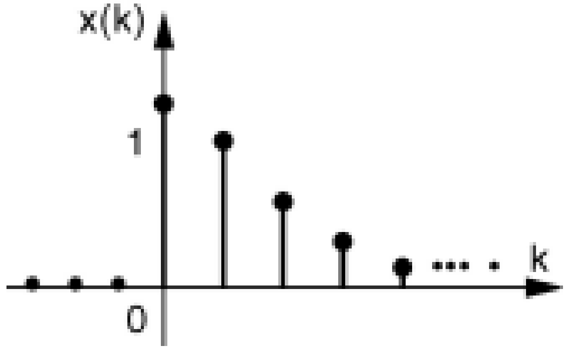
d. Hàm mũ

Hàm mũ liên tục trong miền thời gian :



$$x(t) = \begin{cases} e^{-at} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Lấy mẫu r(t) với chu kì lấy mẫu là T, ta được



$$e(k) = \begin{cases} e^{-kaT} & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x(k) = e^{-kaT} u(k)$$

BIẾN ĐỔI Z

3. Biến đổi Z của các hàm

Theo định nghĩa :

$$Z\{x(k)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)z^{-k} = \sum_{k=0}^{+\infty} x(k)z^{-k} = 1 + e^{-aT}z^{-2} + \ldots$$

$$= 1 + \left(e^{aT}z\right)^{-1} + \left(e^{aT}z\right)^{-2} + \ldots$$

Nếu $|(e^{aT}z)^{-1}| < 1$ thì biểu thức trên là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn . Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn , ta suy ra :

$$Z\{x(k)\} = \frac{1}{1-\left(e^{aT}z\right)^{-1}} = \frac{z}{z-e^{-aT}}$$

Vậy : $\left(e^{-kaT}\right)u(k) \xrightarrow{Z} \dfrac{1}{1-\left(e^{aT}z\right)} = \dfrac{z}{z-e^{-aT}}$

Kết quả trên ta dễ dàng suy ra :

$$a^k u(k) \xrightarrow{Z} \frac{1}{1-az^{-1}} = \frac{z}{z-a}$$

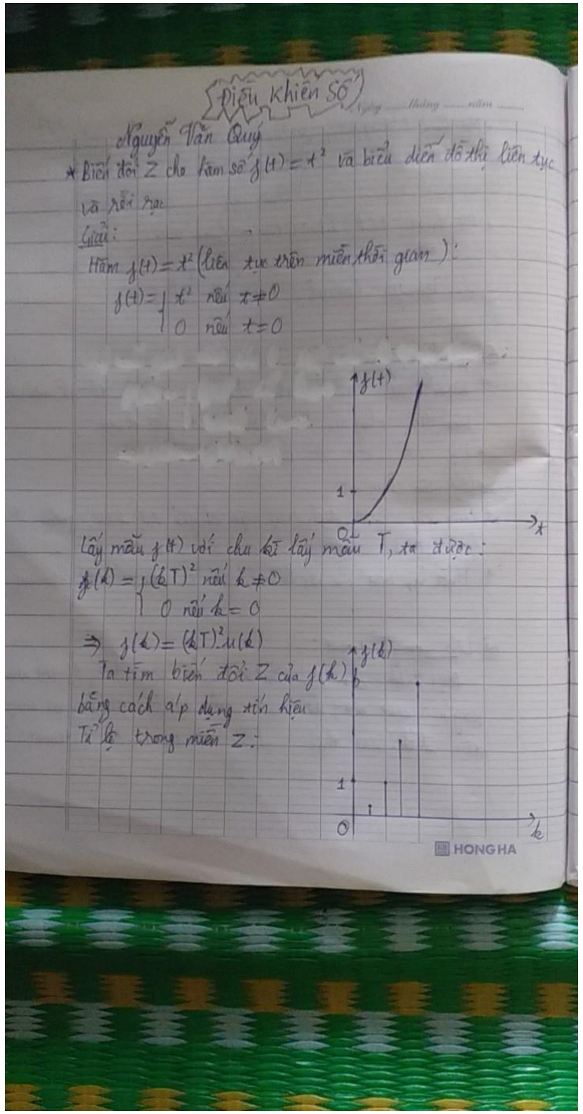
BIẾN ĐỔI Z

Bài tập: Biến đổi Z cho hàm số sau, và biểu diễn đồ thị liện tục và rời rạc.

Nộp qua nhóm Zalo (5 bài đầu)

$f(t) = t^2$

BIẾN ĐỔI Z



Điều Khiển Số

Nguyễn Văn Quý

* Biến đổi Z cho hàm số $f(t) = t^2$ và biểu diễn đồ thị liên tục và rời rạc

Giải:

Hàm $f(t) = t^2$ (liên tục trên miền thời gian):

$$f(t) = \begin{cases} t^2 & \text{nếu } t \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } t = 0 \end{cases}$$

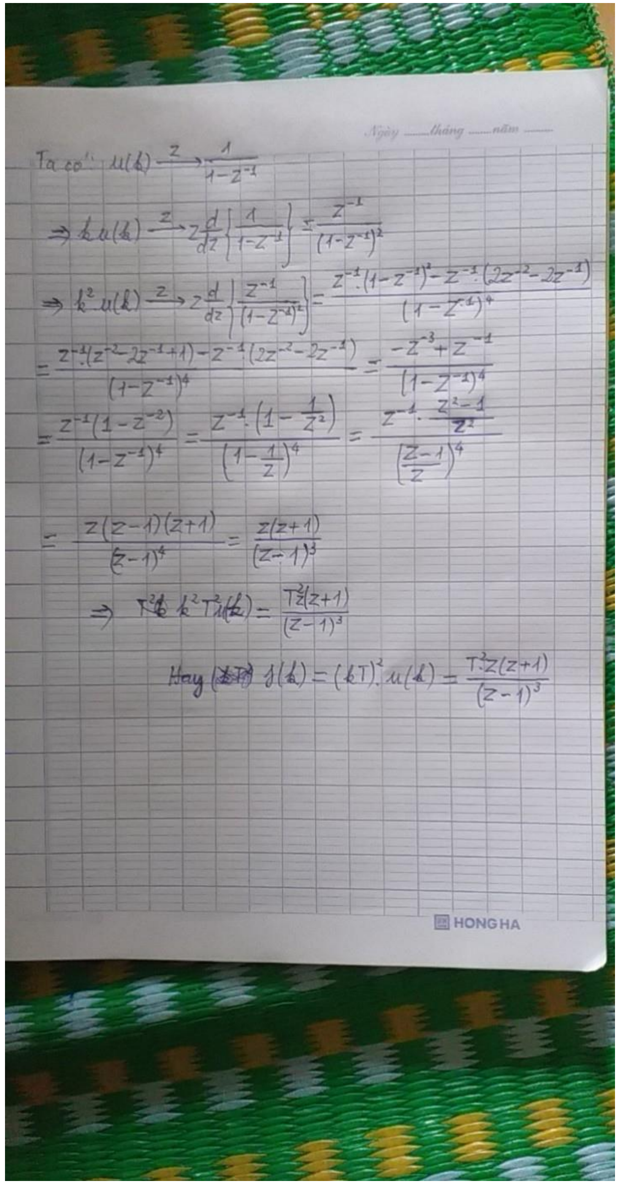
Lấy mẫu $f(t)$ với chu kì lấy mẫu T, ta được:

$$f(k) = \begin{cases} (kT)^2 & \text{nếu } k \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } k = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(k) = (kT)^2 u(k)$$

Ta tìm biến đổi Z của $f(k)$ bằng cách áp dụng tín hiệu Tỉ lệ trong miền Z:

HONG HA



Ta có: $u(k) \xrightarrow{Z} \dfrac{1}{1-z^{-1}}$

$$\Rightarrow k\,u(k) \xrightarrow{Z} z\frac{d}{dz}\left\{\frac{1}{1-z^{-1}}\right\} = \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$$

$$\Rightarrow k^2 u(k) \xrightarrow{Z} z\frac{d}{dz}\left\{\frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}\right\} = \frac{z^{-1}(1-z^{-1})^2 - z^{-1}(2z^{-2}-2z^{-1})}{(1-z^{-1})^4}$$

$$= \frac{z^{-1}(z^{-2}-2z^{-1}+1) - z^{-1}(2z^{-2}-2z^{-1})}{(1-z^{-1})^4} = \frac{-z^{-3}+z^{-1}}{(1-z^{-1})^4}$$

$$= \frac{z^{-1}(1-z^{-2})}{(1-z^{-1})^4} = \frac{z^{-1}\left(1-\frac{1}{z^2}\right)}{\left(1-\frac{1}{z}\right)^4} = \frac{z^{-1}\cdot\frac{z^2-1}{z^2}}{\left(\frac{z-1}{z}\right)^4}$$

$$= \frac{z(z-1)(z+1)}{(z-1)^4} = \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$$

$$\Rightarrow k^2 T^2 u(k) = \frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$$

Hay $f(k) = (kT)^2 u(k) = \dfrac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$

HONG HA

BIẾN ĐỔI Z

4. Phép biến đổi Z ngược

Cho X(z) là hàm theo biến phức z . Biến đổi Z ngược của X(z) là :

$$x(k) = \frac{1}{2i\pi}\int_C X(z)z^{k-1}dz$$

Với C là đường cong kín bất kỳ nằm trong miền hội tụ ROC của X(z) và bao gốc tọa độ .

BIẾN ĐỔI Z NGƯỢC

1. Phân tích X(z) thành tổng các hàm cơ bản , sau đó tra bảng biến đổi Z

Ví dụ 1.1 . Cho $X(z)=\dfrac{z}{(z-2)(z-3)}$. Tìm x(k)

Giải. Phân tích X(Z), Ta được :

$$X(z)=\frac{-z}{(z-2)}+\frac{z}{z-3}$$

Tra bảng biến đổi Z ta được :

$$a^k u(k)\xrightarrow{Z}\frac{z}{z-a}$$

Suy ra : $x(k)=\left(-2^k+3^k\right)u(k)$

BIẾN ĐỔI Z NGƯỢC

2. Phân tích X(z) thành chuỗi lũy thừa

Theo định nghĩa biến đổi Z:

$$X(z)=\sum_{k=0}^{+\infty}x(k)z^{-k}=x(0)z^{0}+x(1)z^{-1}+x(2)z^{-2}x(3)z^{-3}+\ldots$$

Do đó nếu phân tích X(z) thành tổng của chuỗi lũy thừa ta sẽ được giá trị x(k) chính là hệ số của thành phần z^{-k}

Ví dụ 1.2 .Cho $X(z)=\dfrac{z}{(z-2)(z-3)}$. Tìm x(k)

Giải . $X(z)=\dfrac{z}{(z-2)(z-3)}=\dfrac{z}{z^{2}-5z+6}$

Chia đa thức , ta được

$$X(z)=z^{-1}+5z^{-2}+19z^{-3}+65z^{-4}+\ldots$$

Suy ra : x(0)=0 ; x(1)=1 ; x(2)=5 ; x(3)=19 ; x(4)= 65,…

BIẾN ĐỔI Z NGƯỢC

3. Tính x(k) bằng công thức đệ qui

Ví dụ 1.3 . Cho $X(z) = \dfrac{z}{(z-2)(z-3)}$ .Tìm x(k)

Giải . Ta có : $X(z) = \dfrac{z}{(z-2)(z-3)} = \dfrac{z}{z^2 - 5z + 6} = \dfrac{z^{-1}}{1 - 5z^{-1} + 6z^{-2}}$

$$\Rightarrow \left(1 - 5z^{-1} + 6z^{-2}\right) X(z) = z^{-1}$$

$$\Rightarrow X(z) - 5z^{-1}X(z) + 6z^{-2}X(z) = z^{-1}$$

Biến đổi Z ngược hai vế phương trình trên (để ý tính chất dời trong miền thời gian), ta được :

$$x(k) - 5x(k-1) + 6x(k-2) = \delta(k-1)$$

$$\Rightarrow x(k) = 5x(k-1) - 6x(k-2) + \delta(k-1)$$

Với điều kiện đầu : $x(k-1) = 0; x(k-2) = 0$

Thay vào công thức trên ta tìm được :

$$x(0) = 0; x(1) = 1; x(2) = 5; x(3) = 19; x(4) = 65, \ldots$$

BIẾN ĐỔI Z NGƯỢC

4. Áp dụng công thức thặng dư

$$x(k)=\sum res\left[z^{k-1}X(z)\right] \text{ tại các cực của } z^{k-1}X(z)$$

Nếu Zo là cực bậc 1 thì :

$$\mathrm{Res}\left[z^{k-1}X(z)\right]_{z=z_0}=(z-z_0)z^{k-1}X(z)\Big|_{z=z_0}$$

Nếu Zo là cực bậc p thì :

$$\mathrm{Res}\left[z^{k-1}X(z)\right]_{z=z_0}=\frac{1}{(p-1)!}\frac{d^{p-1}}{dz^{p-1}}\left[(z-z_0)^p z^{k-1}X(z)\right]_{z=z_0}$$

BIẾN ĐỔI Z NGƯỢC

4. Áp dụng công thức thặng dư

Ví dụ 1.4 . Cho $X(z)=\dfrac{z}{(z-2)(z-3)}$ .Tìm x(k)

Giải . Áp dụng công thức thặng dư, ta được :

$$x(\mathrm{k})=\mathrm{Res}\left[z^{k-1}X(z)\right]_{z=2}+\mathrm{Res}\left[z^{k-1}X(z)\right]_{z=3}$$

Mà

$$\mathrm{Res}\left[z^{k-1}X(z)\right]_{z=2}=(z-2)z^{k-1}X(z)|_{z=2}$$

$$=(z-2)z^{k-1}\frac{z}{(z-2)(z-3)}|_{z=2}=\frac{z^k}{(z-3)}|_{z=2}=-2^k$$

$$\mathrm{Res}\left[z^{k-1}X(z)\right]_{z=3}=(z-3)z^{k-1}X(z)|_{z=3}$$

$$=(z-3)z^{k-1}\frac{z}{(z-2)(z-3)}|_{z=3}=\frac{z^k}{(z-2)}|_{z=3}=3^k$$

Do đó : $x(k)=-2^k+3^k$

BIẾN ĐỔI Z NGƯỢC

Kết luận

CÂU HỎI HƯỚNG DẪN ÔN TẬP, THẢO LUẬN

1. Trình bày những ưu nhược điểm của tín hiệu tương tự và tín hiệu số
2. Trình bày các phương pháp chuyển đổi tín hiệu từ tương tự sang số và số sang tương tự
3. Tìm hàm truyền G(z) của từ các hàm truyền liên tục sau:

a, $G_{(s)} = \dfrac{s+5}{(s+1)(s+3)}$ **b,** $G_{(s)} = \dfrac{10}{s^2(s+1)}$

4. Tìm hàm truyền G(z) của từ các hàm truyền liên tục sau:

a, $G_{(s)} = \dfrac{s+5}{s+1}$ **b,** $G_{(s)} = \dfrac{5}{s(s+1)}$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

1. Mô tả hệ điều khiển số bằng phương trình sai phân

Các bộ điều khiển số cần được dùng trong hệ thống, do đó cần phải thành lập quan hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào. Để mô tả hệ liên tục, ta sử dụng phương trình vi phân. Để mô tả hệ rời rạc, ta sử dụng phương trình sai phân. Phương trình sai phân là xét xấp xỉ gần đúng phương trình vi phân được viết ở dạng thuận lợi cho việc lập trình trên máy tính.

Phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng bậc n được viết dưới dạng tổng quát như sau với r(k) là tín hiệu vào, c(k) là tín hiệu ra:

$$a_0c(k+n)+a_1c(k+n-1)+a_2c(k+n-2)+\ldots+a_nc(k)=$$
$$b_0r(k+m)+b_1r(k+m-1)+\ldots+b_mr(k) \qquad (2.1)$$

với + $n \geq m$ với n gọi là bậc của hệ thống rời rạc

+ c(j), r(j) (với j = k, k+1,...k+n) là các giá trị rời rạc của biến c(k) và r(k) tại thời điểm lấy mẫu thứ j.

Để giải phương trình sai phân tuyến tính ta có thể lập trình trên máy tính hoặc dùng biến đổi Z

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

1. Mô tả hệ điều khiển số bằng phương trình sai phân

Các bộ điều khiển số cần được dùng trong hệ thống, do đó cần phải thành lập quan hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào. Để mô tả hệ liên tục, ta sử dụng phương trình vi phân. Để mô tả hệ rời rạc, ta sử dụng phương trình sai phân. Phương trình sai phân là xét xấp xỉ gần đúng phương trình vi phân được viết ở dạng thuận lợi cho việc lập trình trên máy tính. Phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng bậc n được viết dưới dạng tổng quát như sau với x(k) là tín hiệu vào, y(k) là tín hiệu ra:

$$\begin{aligned} &a_0 y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + a_2 y(k+n-2) + .. + a_n y(k) = \\ &b_0 x(k+m) + b_1 x(k+m-1) + b_2 x(k+m-2) + .. + b_m x(k) \end{aligned} \qquad (3.1)$$

Trong đó n, m lần lượt là số tự nhiên n > m và n gọi là bậc của hệ thống rời rạc. Các giá trị y(i), x(i) với i = k; k+1; k+2;…; k+n là các giá trị rời rạc của biến y(i) và x(i) tại thời điểm lấy mẫu thứ i. Để giải phương trình sai phân tuyến tính ta có thể lập trình trên máy tính hoặc dùng biến đổi Z

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

1. Mô tả hệ điều khiển số bằng phương trình sai phân

Ví dụ: Xét phương trình sai phân bậc nhất: y(k+ 1) + y(k) = 0, Áp dụng tính chất dịch gốc của biến đổi Z :

$$Z\{f(k)\} = F(z)$$

$$Z\{f(k+m)\} = z^m.F(z) - \sum_{k=0}^{m-1} f(k).Z^{m-k}$$

Ta có: $z^1.Y(z) - Zy(0) + z^0.Y(z) = 0 \Rightarrow Y(z) = \dfrac{Z}{Z+1}y(0)$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

1. Bài tập về nhà

Thực hiện biến đổi Z cho phương trình sai phân (đánh máy)

$y(k+2) + y(k) = x(k+1) + x(k)$ hạn nộp 24h/27/10/2022

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

1. Bài tập về nhà

Bài tập: biến đổi Z cho phương trình sai phân

$y(k+2) + y(k) = x(k+1) + x(k)$

$y(k+2) + y(k) = x(k+1) + x(k)$

Thực hiện biến đổi Z của hai vế phường trình vi phân trên

$Z\{y(k+2)\} + Z\{y(k)\} = Z\{x(k+1)\} + Z\{x(k)\}$

$\leftrightarrow z^2Y(z) - \sum_{k=0}^{1} y(k).z^{2-k} + Y(z) = z.X(z) - x(0).z + X(z)$

$\leftrightarrow z^2Y(z) - [y(0)\,z^2 + y(1).z] + Y(z) = z.X(z) - x(0).z + X(z)$

$\leftrightarrow (z^2 + 1).Y(z) - y(0).z^2 - y(1).z = (z+1)X(z) - x(0).z$

$$\leftrightarrow Y(z) = \frac{(z+1)X(z) - x(0).z + y(1).z + y(0).z^2}{z^2+1}$$

$$\leftrightarrow Y(z) = \frac{(z+1).X(z) + [y(1) - y(0)]z + y(0).z^2}{z^2+1}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

Hàm truyền đạt của một phần tử hoặc của hệ thống điều khiển là tỷ số giữa ảnh lượng ra và ảnh lượng vào của phần tử hoặc hệ thống đó theo toán tử Z với điều kiện đầu bằng không. Quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra của hệ thống rời rạc được mô tả bằng phương trình sai phân:

$$\begin{aligned} & a_0 y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + a_2 y(k+n-2) + .. + a_n y(k) = \\ & b_0 x(k+m) + b_1 x(k+m-1) + b_2 x(k+m-2) + .. + b_m x(k) \end{aligned} \tag{3.2}$$

Biến đổi Z hai vế của phương trình (3.2) ta được:

$$\begin{aligned} & a_0 z^n Y(z) + a_1 z^{n-1} Y(z) + a_2 z^{n-2} Y(z) + .. + a_n Y(z) = \\ & b_0 z^m X(z) + b_1 z^{m-1} X(z) + b_2 z^{m-2} X(z) + .. + b_m X(z) \end{aligned} \tag{3.3}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

$$\Rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + b_2 z^{m-2} + .. + b_m}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + .. + a_n}) \qquad (3.4)$$

Đặt $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + b_2 z^{m-2} + .. + b_m}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + .. + a_n})$

G(z) được gọi là hàm truyền của hệ thống rời rạc

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

Ví dụ: Cho hệ thống rời rạc mô tả phương trình sai phân f(k)=u(k) sau

$$y(k+3)+2y(k+2)-5y(k+1)+3y(k)=2x(k+2)+x(k)$$

Thực hiện biến đổi Z hai vế phương trình ta được

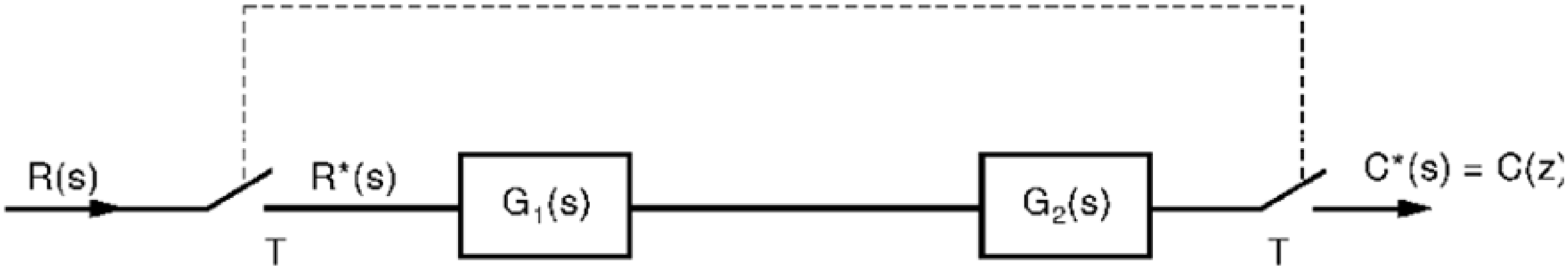
$$z^3Y(z)+2z^2Y(z)-5zY(z)+3Y(z)=2z^2X(z)+Z(z)$$

$$G(z)=\frac{Y(z)}{Z(z)}=\frac{2z^2+1}{z^3+2z^2-5z)+3}=\frac{z^{-1}\left(2+z^{-2}\right)}{1+2z^{-1}-5z^{-2})+3z^{-3}}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

3.2.1 *Hai khâu nối tiếp không cách nhau bởi khâu lấy mẫu*



Hình 3.1: Hai khâu nối tiếp không cách nhau bởi khâu lấy mẫu

$$C(s) = R^*(s)G_1(s)G_2(s)$$

Lấy sao 2 vế: $C^*(s) = \left[R^*(s)G_1(s)G_2(s)\right]^* = R^*(s)G_1G_2{}^*(s)$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

Như vậy:

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = G_1G_2(z) \qquad (3.5)$$

Trong đó: $G_1G_2(z) = Z\{G_1(s)G_2(s)\}$

Ví dụ: Cho $G_1(s) = \frac{1}{s+a}$; $G_2(s) = \frac{1}{s+b}$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

Ví dụ: Cho $G_1(s) = \dfrac{1}{s+a}$; $G_2(s) = \dfrac{1}{s+b}$

$$G_1G_2(z) = Z\{G_1(s)G_2(s)\} = Z\left\{\frac{1}{(s+a)}\frac{1}{(s+b)}\right\} = Z\left\{\frac{1}{(b-a)(s+a)} + \frac{1}{(a-b)(s+b)}\right\}$$

$$= Z\left\{\frac{1}{(b-a)(s+a)}\right\} + \left\{\frac{1}{(a-b)(s+b)}\right\} = Z\left\{\frac{1}{(b-a)}\frac{1}{(s+a)}\right\} + \left\{\frac{1}{(a-b)}\frac{1}{(s+b)}\right\}$$

Như vậy: $G(z) = \dfrac{1}{b-a}\dfrac{z}{z-e^{-aT}} + \dfrac{1}{a-b}\dfrac{z}{z-e^{-bT}} = \dfrac{z\left(e^{-bT} - e^{-aT}\right)}{(b-a)\left(z-e^{-aT}\right)\left(z-e^{-bT}\right)}$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

Bài tập 1: Xác định hàm truyền tổng của hệ hai khâu nối tiếp không lấy ở giữa

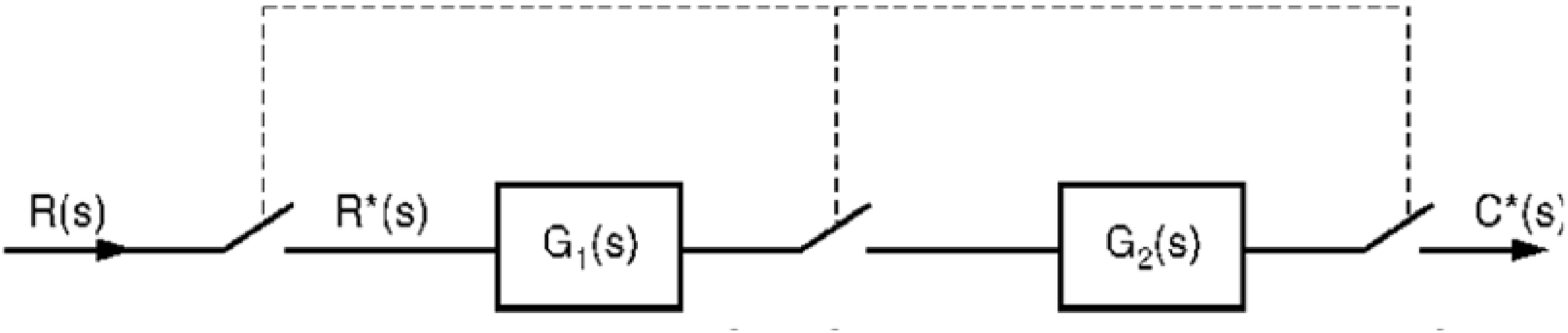
$$G_1(s) = \frac{1}{s^2}; \quad G_2(s) = \frac{1}{s^2}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

3.2.2 *Hai khâu nối tiếp cách nhau bởi khâu lấy mẫu*

Xét một hệ thống có đầu vào gián đoạn $X^*(s)$ Hai khâu nối tiếp cách nhau bởi khâu lấy mẫu như hình sau:



Hình 3.2: Hai khâu nối tiếp cách nhau bởi khâu lấy mẫu

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = G_1(z)G_2(z) \qquad (3.6)$$

Trong đó:

$$G_1(z) = Z\{G_1(s)\}; \quad G_2(z) = Z\{G_2(s)\}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

Ví dụ: Cho $G_1(s) = \dfrac{1}{s+a}$; $G_2(s) = \dfrac{1}{s+b}$ tra bảng biến đổi Z ta có

$$G_1(z) = Z\{G_1(s)\} = Z\left\{\frac{1}{s+a}\right\} = \frac{z}{z-e^{-aT}};$$

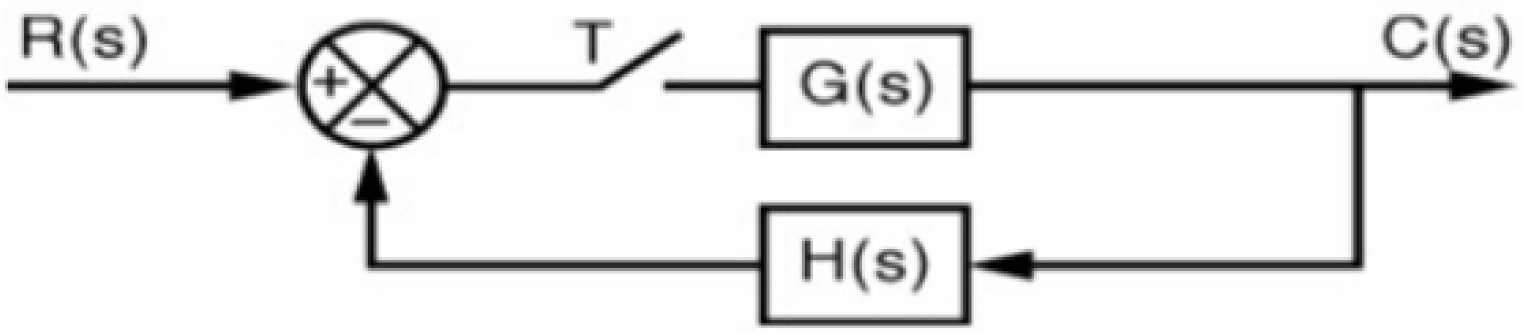
$$G_2(z) = Z\{G_2(s)\} = Z\left\{\frac{1}{s+b}\right\} = \frac{z}{z-e^{-bT}};$$

Như vậy: $G(z) = \dfrac{C(z)}{R(z)} = \dfrac{z^2}{\left(z-e^{-aT}\right)\left(z-e^{-aT}\right)}$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

3.2.3 *Hệ thống hồi tiếp có khâu lấy mẫu trong kênh sai số*



Hình 3.3: Hệ thống hồi tiếp có khâu lấy mẫu trong kênh sai số

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

$$G_k(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + GH(z)} \tag{3.7}$$

Xét trường hợp H(s)=1 (gọi là hồi tiếp âm đơn vị) ta có:

$$G_k(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + HG(z)} \tag{3.8}$$

Trong đó:

$$G(z) = Z\{G(s)\}; GH(z) = Z\{G(s).H(s)\} \tag{3.9}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

Ví dụ: Cho $G_1(s) = \dfrac{1}{s+a}$; $G_2(s) = \dfrac{1}{s+b}$ tra bảng biến đổi Z ta có

$$G(z) = Z\{G(s)\} = Z\left\{\frac{1}{s+a}\right\} = \frac{z}{z-e^{-aT}};$$

$$GH(z) = Z\{G(s)H(s)\} = Z\left\{\frac{1}{s+a}\frac{1}{s+b}\right\} = \frac{z\left(e^{-bT}-e^{-aT}\right)}{(b-a)\left(z-e^{-aT}\right)\left(z-e^{-bT}\right)};$$

Như vậy: $G_k(z) = \dfrac{C(z)}{R(z)} = \dfrac{G(z)}{1+GH(z)} = \dfrac{\dfrac{z}{z-e^{-aT}}}{1+\dfrac{z\left(e^{-bT}-e^{-aT}\right)}{(b-a)\left(z-e^{-aT}\right)\left(z-e^{-bT}\right)}}$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

3.2.4 *Hệ thống hồi tiếp có khâu lấy mẫu trong vòng hồi tiếp*

Hình 3.4: Hệ thống hồi tiếp có khâu lấy mẫu trong vòng hồi tiếp

Trường hợp này không tìm được biểu thức hàm truyền , quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hệu ra như sau:

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC IHỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

$$C(z) = \frac{RG(z)}{1 + HG(z)} \qquad (3.10)$$

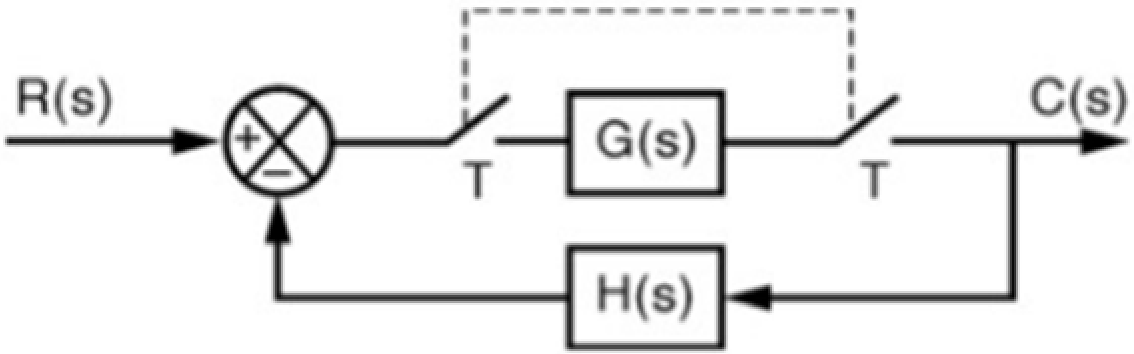
Trong đó:

$$RG(z) = Z\{R(s)G(s)\}; GH(z) = Z\{G(s).H(s)\}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

3.2.5 *Hệ thống hồi tiếp có các khâu lấy mẫu đồng bộ trong nhánh thuận*



Hình 3.5: Hệ thống hồi tiếp có khâu lấy mẫu đồng bộ trong nhánh thuận

$$G_k(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + H(z)G(z)} \qquad (3.11)$$

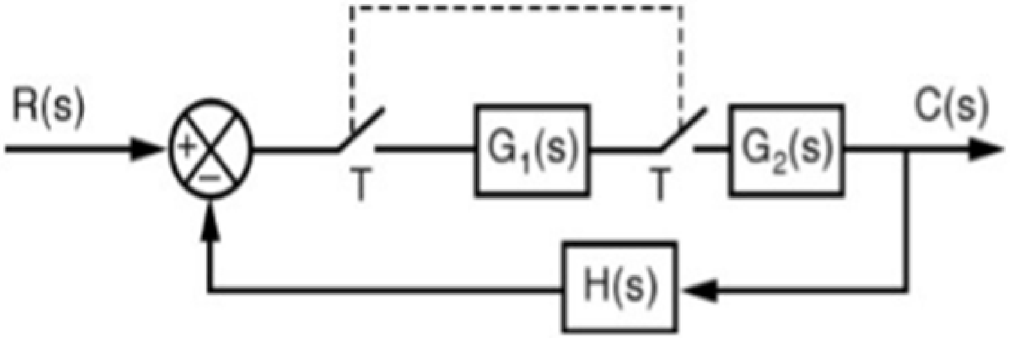
Trong đó:

$$G(z) = Z\{G(s)\}; \quad H(z) = Z\{H(s)\}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2. Mô tả hệ điều khiển số bằng hàm truyền đạt (1 tiết)

3.2.6 ***Hệ thống hồi tiếp có các khâu lấy mẫu đồng bộ và các khâu nối tiếp ở nhánh***



Hình 3.6: Hệ thống hồi tiếp có các khâu lấy mẫu đồng bộ và các khâu nối tiếp ở nhánh thuận

$$G_k(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G_1(z)G_2(z)}{1 + G_1(z)G_2H(z)} \tag{3.12}$$

Trong đó:

$$G_1(z) = Z\{G_1(s)\}; \quad G_2(z) = Z\{G_2(s)\}; \quad G_2H(z) = Z\{G_2(s)H(s)\}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

Bài tập:

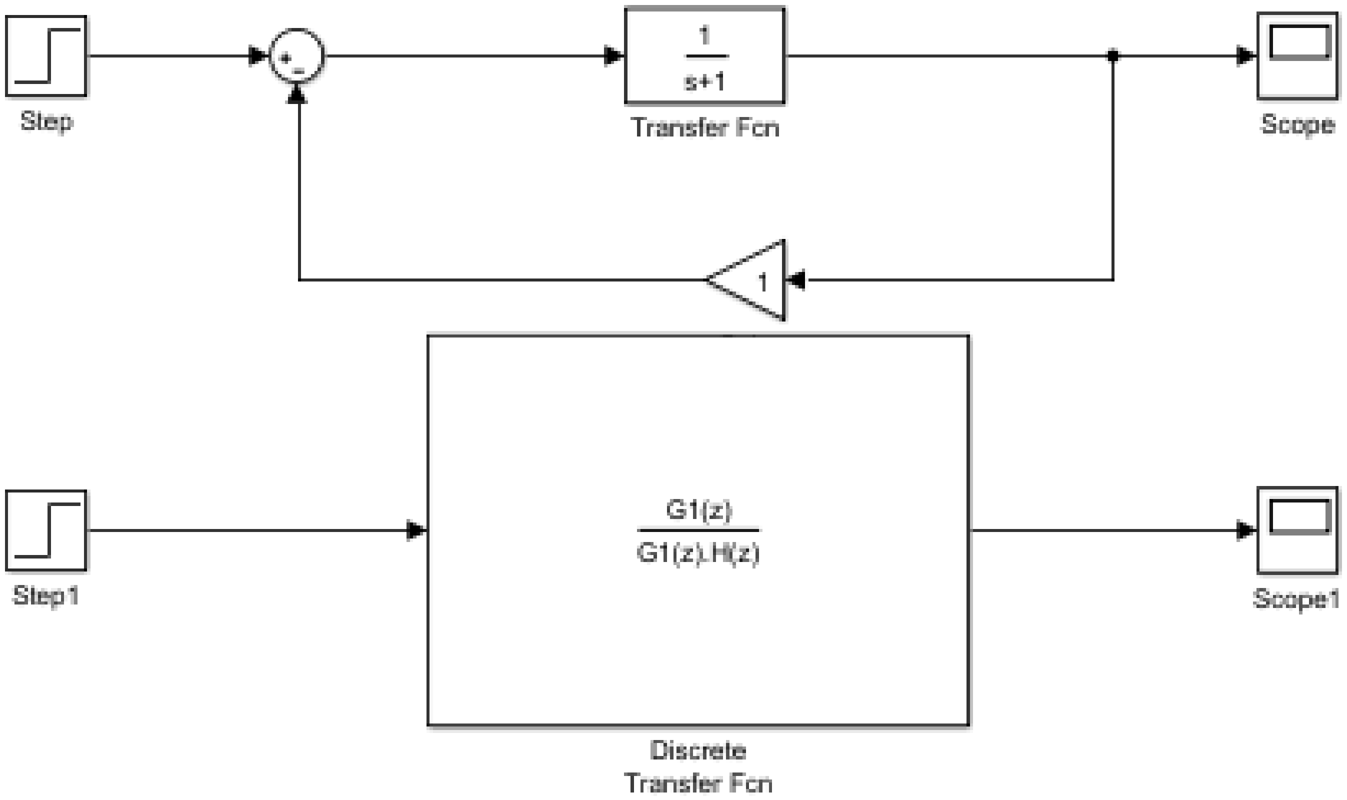
Mô phỏng Matlab 6 trường hợp trên với hàm truyền

G1(s)=1/(s+2)

G2(s) = 1/(s+3)

H(s)=1;

R(s) là hàm bậc thang Step 1



C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

a. *Vế phải của phương trình sai phân không chứa sai phân của tín hiệu vào*

Xét hệ thống rời rạc có quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra mô tả phương trình sai phân :

$$c(k+n)+a_1c(k+n-1)b+\ldots+a_{n-1}c(k+1)++a_nc(k)=b_0r(k) \qquad (2.13)$$

Chú ý : Ở phương trình trên hệ số $a_0=1$. Nếu $a_0\neq 1$ ta chia hai vế cho a_0 để được phương trình sai phân có dạng (2.13).

2c(k+3) + c(k+2) + 5c(k+1) +4c(k) = 3r(k)

Tiết
15,16

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

Đặt các biến trạng thái như sau:

$$x_1(k) = c(k)$$

$$x_2(k) = x_1(k+1) \Rightarrow x_2(k) = c(k+1)$$

$$x_3(k) = x_2(k+1) \Rightarrow x_3(k) = c(k+2)$$

$$\dots$$

$$x_n(k+1) = x_{n-1}(k+1) \Rightarrow x_n(k+n-1) \Rightarrow x_n(k+1) = e(k+n)$$

Thay vào phương trình (2.13) ta được :

$$x_n(k+1) + a_n x_n(k) + \dots + a_{n-1} x_2(k) + a_n x_1(k) = b_0 r(k)$$

$$\Rightarrow x_n(k+1) = -a_n x_n(k) - \dots - a_{n-1} x_2(k) - a_n x_1(k) + b_0 r(k)$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

Kết hợp với phương trình trên với các biểu thức đặt biến trạng thái ta được hệ phương trình sau :

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k) \\ x_2(k+1) = x_3(k) \\ \ldots\ldots\ldots \\ x_{n-1}(k+1) = x_n(k) \\ x_n(k+1) = -a_1 x_n(k) - \ldots - a_{n-1}x_2(k) - a_n x_1(k) + b_0 r(k) \end{cases}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k+1) \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_2 & -a_{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} r(k)$$

Đáp ứng của hệ thống :

$$c(k) = x_1(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

Đặt:

$$x(k)=\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} \qquad A_d=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}$$

$$B_d=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} \qquad C_d=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ta được hệ phương trình biến thái:

$$\begin{cases} x(k+1)=A_d x(k)+B_d r(k) \\ c(k)=C_d x(k) \end{cases} \qquad (2.14)$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

Ví dụ 2.6. Cho hệ thống điều khiển rời rạc mô tả bởi phương trình sai phân :

2c(k+3) + c(k+2) + 5c(k+1) +4c(k) = 3r(k)

Hãy viết hệ phương trình biến trạng thái mô tả hệ thống.

Giải. Ta có : 2c(k+3) + c(k+2) +5c(k+1)+4c(k) = 3r(k)

<=>c(k+3)+0.5c(k+2) + 2.5c(k+1) +2c(k0=1.5r(k)

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

Đặt biến trạng thái như sau

$$x_1(k) = c(k)$$

$$x_2(k) = x_1(k+1)$$

$$x_3(k) = x_2(k+1)$$

Hệ phương trình biến trạng thái mô tả hệ thống đã cho là :

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d r(k) \\ c(k) = C_d x(k) \end{cases}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

Trong đó: $x(k)=\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$

$$A_d=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -2.5 & -0.5 \end{bmatrix}$$

$$B_d=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

$$C_d=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

Ví dụ 2.7. Cho hệ thống rời rạc mô tả bởi phương trình sai phân :

$$2c(k+3) + c(k+2)+5c(k+1)+4c(k)=r(k+2)+3r(k)$$

$$\Leftrightarrow c(k+3) +0.5c(k+2) +2.5c(k+1)+2c(k)=0.5r(k+2)+1.5r(k)$$

Đặt các biến trạng thái :

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

$$x_1(k) = c(k) - \beta_o r(k)$$

$$x_2(k) = x_1(k+1) - \beta_1 r(k)$$

$$x_3(k) = x_2(k+1) - \beta_2 r(k)$$

$$x_3(k+1) = -a_3 x_1(k) - a_2 x_2(k) - a_1 x_3(k) + \beta_3 r(k)$$

Trong đó

$$\beta_0 = b_0 = 0$$

$$\beta_1 = b_1 - a_1\beta_0 = 0,5 \times 5 = 0$$

$$\beta_2 = b_2 - a_1\beta_1 - a_2\beta_0 = 0 - 0,5 \times 0,5 - 2,5 \times 0 = -0,25$$

$$\beta_3 = b_3 - a_1\beta_2 - a_2\beta_1 - a_3\beta_0 = 1,5 = 0,5 \times (-0,25) - 2,5 \times 0,5 = 0,375$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Xây dựng phương trình trạng thái (1 tiết)

Hệ phương trình biến trạng thai có dạng:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d r(k) \\ c(k) = C_d x(k) + D_d r(k) \end{cases}$$

Trong đó :

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} \qquad A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & -2.5 & -0.5 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.5 \end{bmatrix} \qquad C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Lập phương trình trạng thái

2.3.2. Thành lập phương trình trạng thái từ hàm tryền hệ rời rạc

Cho hệ thống mô tả bởi hàm truyền

$$G_{(z)} = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \ldots + b_{m-1} z + b_m}{z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} + a_n} \qquad (2.17)$$

Chú ý : Ở phương trình trên hệ số $a_0 = 1$ Nếu $a_0 \neq 1$ ta chia hai vế cho a_0 để được phương trình sai phân có dạng (2.17)

Cách 1 : Biến đổi tương đương hàm truyền về dạng phương trình sai phân :

$$(2.17) \Leftrightarrow (z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} + a_n) C(z)$$

$$= (b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \ldots + b_{m-1} z + b_m) R(z)$$

$$\Leftrightarrow c(k+n) + a_1 c(k+n-1) + \ldots + a_{n-1} c(k+1) + a_n c(k) =$$

$$= b_0 r(k+m) + b_1 r(k+m-1) + \ldots + b_{m-1} r(k+1) + b_m r(k)$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Lập phương trình trạng thái

Áp dụng phương pháp đã trình bày ở mục 2.3.1.b ta rút ra được hệ phương trình biến trạng thái.

Ví dụ 2.8. Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái mô tả hệ thống có hàm truyền là :

$$G(z) = \frac{C(z)}{G(z)} = \frac{z^2 + 3}{2z^3 + z^2 + 5z + 4}$$

Giải. *Cách 1:* Hàm truyền đã cho tương đương với :

$$G(z) = \frac{C(z)}{G(z)} = \frac{0.5z^2 + 1.5}{z^3 + 0.5z^2 + 2.5z + 2}$$

$$<=> \left(z^3 + 0,5z^2 + 2,5c + 2\right)C(z) = (0,5z^2 + 1,5)R(z)$$

$$<=> c(k+3) + 0.5c(k+2) + 2.5c(k+1) + 2c(k) = 0.5r(k+2) + 1.5r(k)$$

Xem tiếp lời giải này đã trình bày ở ví dụ 2.7

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Lập phương trình trạng thái

Cách 2:

Do $G(z) = \dfrac{C(z)}{R(z)} = \dfrac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \ldots + b_{m-1} z + b_m}{z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} z + a_n}$

Nên ta có thể đặt biến phụ E(z) sao cho :

$$(b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \ldots + b_{m-1} z + b_m) E_z \qquad (2.18)$$

$$R(z) = (Z^n + a_1 Z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} z + a_n) E_{(z)} \qquad (2.19)$$

(2.19) <=> $e(k+n) + a_1 e(k+n-1) + \ldots + a_{n-1} e(k+1) + a_n e(k) = r(k)$

Áp dụng công thức đã trình bày ở mục 2.3.1.a, đặt các biến trạng thái

$x_1(k) = e(k)$

$x_2(k) = x_1(k+1) \Rightarrow x_2(k) = e(k+1)$

$x_3(k) = x_2(k+1) \Rightarrow x_3(k) = e(k+2)$

...

$x_n(k) = x_{n-1}(k+1) = x_n(k+n-1) \Rightarrow x_n(k+1) = e(k+n)$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Lập phương trình trạng thái

Ta được phương trình:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k+1) \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_n & -a_{n-2} & \cdots & -a_2 & -a_{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} r(k) \text{(2.2}$$

Từ (2.19) ta có

$$\Rightarrow \quad c(k) = b_0 e(k+m) = b_1 e(k+m) = b_1 e(k+m-1) + \ldots + b_{m-1} e(k+1) + b_m e(k)$$

$$\Rightarrow \quad c(k) = b_0 x_{m+1}(k) + b_1 b_m(k) + \ldots + b_{m-1} x_2(k) + b_m x_1(k)$$

$$\Rightarrow \quad c(k) = \begin{bmatrix} b_m & b_{m-1} & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix}$$

Tóm lại ta được hệ phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d(k) + B_d(k) \\ c(k) = C_d x(k) \end{cases}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Lập phương trình trạng thái

Ví dụ 2.9. Cho hệ thống mô tả bởi hàm truyền :

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{z^2 + 3}{2z^3 + z^2 + 5z + 4}$$

Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái :

Giải: Hàm truyền đã cho tương đương với :

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{0,5z^2 + 1,5}{z^3 + 0,5z^2 + 2,5z + 2}$$

Đặt biến phụ $E(z)$ sao cho :

$$\begin{cases} C(z) = (0,5z^2 + 1,5)E(z) \\ R(z) = (z^3 + 0,5z^2 + 2,5z + 2)E(z) \end{cases}$$

=> $$\begin{cases} c(k) = (0,5c(k+2) + 1,5c(k) \\ r(k) = e(k+3) + 0,5e(k+2) + 2,5e(k+1) + 2e(k) \end{cases}$$

Đặt biến trạng thái :

$$x_1(k) = e(k)$$
$$x_2(k) = x_1(k+1)$$
$$x_3(k) = x_2(k+1)$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Lập phương trình trạng thái

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d r(k) \\ \quad c(k) = D_d x(k) \end{cases}$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -2,5 & -0,5 \end{bmatrix}$$

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} \;;\; B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \;;\; D_d = \begin{bmatrix} b_2 & b_1 & b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Ví dụ 2.10. Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái mô tả hệ thống có hàm truyền là :

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Lập phương trình trạng thái

Ví dụ 2.10. Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái mô tả hệ thống có hàm truyền là :

$$G(z)=\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{2z+3}{z^4+2z^3+z^2+5z+3}$$

Giải. Đặt biến phụ $E(z)$ sao cho :

$$\begin{cases} C(z)=(2z+1)E(z) \\ R(z)=(z^4+2z^3+z^2+5z+3)E_{(z)} \end{cases}$$

=> $$\Rightarrow\begin{cases} c(k)=(2e(k=1)+e(k) \\ r(k)=e(k+4)+2e(k+3)+e(k+2)+5e(k+1)+3e(k) \end{cases}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Lập phương trình trạng thái

Đặt biến trạng thái :

$$x_1(k) = e(k)$$

$$x_2(k) = x_1(k+1)$$

$$x_3(k) = x_2(k+1)$$

$$x_4(k) = x_3(k+1)$$

Ta được hệ phương trình :

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d r(k) \\ c(k) = C_d x(k) \end{cases}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Lập phương trình trạng thái

$$x(k)=\begin{bmatrix} x_1(k)\\ x_2(k)\\ x_3(k)\\ x_4(k)\end{bmatrix} \qquad A_d=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -a_4 & -a_3 & -a_2 & -a_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ -3 & -5 & -2 & -2\end{bmatrix}$$

$$B_d=\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 1\end{bmatrix} \qquad C_d=\begin{bmatrix} b_1 & b_0 & 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

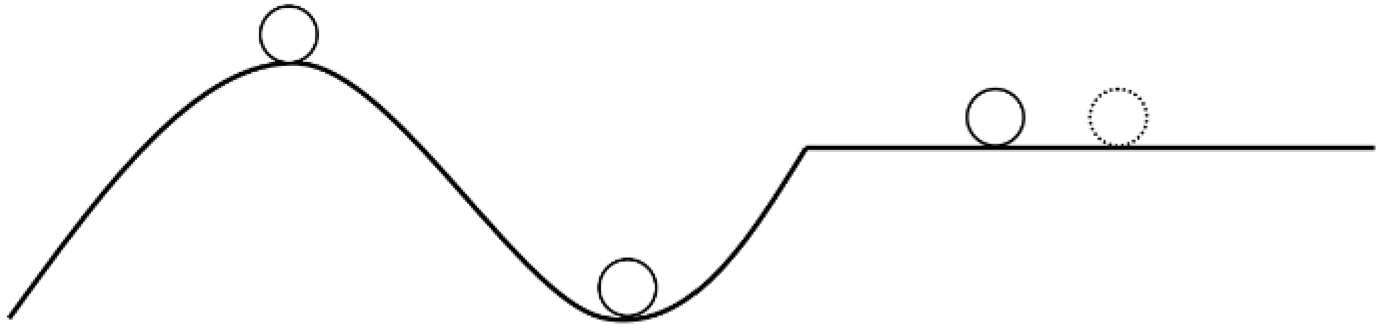
3. Bài tập Chuyển đổi hàm truyền sau về phương trình trạng thái

SV tự cho Hàm truyền số, và chuyển đổi sang phương trình Sai phân, Phương trình trạng thái

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1. Ổn định

- Phân biệt sự khác nhau giữa trạng thái xác lập của hệ thống và tính ổn định của hệ thống



C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1. Ổn định

- Hệ thống ổn định là hệ thống có quá trình quá độ tắt dần theo thời gian.
- Hệ thống không ổn định là hệ thống có quá trình quá độ tăng dần theo thời gian.
- Hệ thống ở biên giới ổn định là hệ thống có quá trình quá độ không đổi hoặc dao động không tắt dần.

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1. Điều kiện ổn định

- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính ổn định là tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính đều có phần thực âm.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính không ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính ở biên giới ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực bằng không và tất cả các nghiệm còn lại đều có phần thực âm.

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1. Điều kiện ổn định - Tiêu chuẩn Routh

Phương trình đặc tính: $a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_{n-1} p + a_n = 0$

Nghiệm của phương trình đặc tính: $p_i = \alpha_i + j\beta_i; \qquad i = 1,\ldots,n$

Điều kiện cần và đủ về tính ổn định của hệ thống điều khiển liên tục tuyến tính

Hệ thống ổn định $\Leftrightarrow \forall \alpha_i < 0$

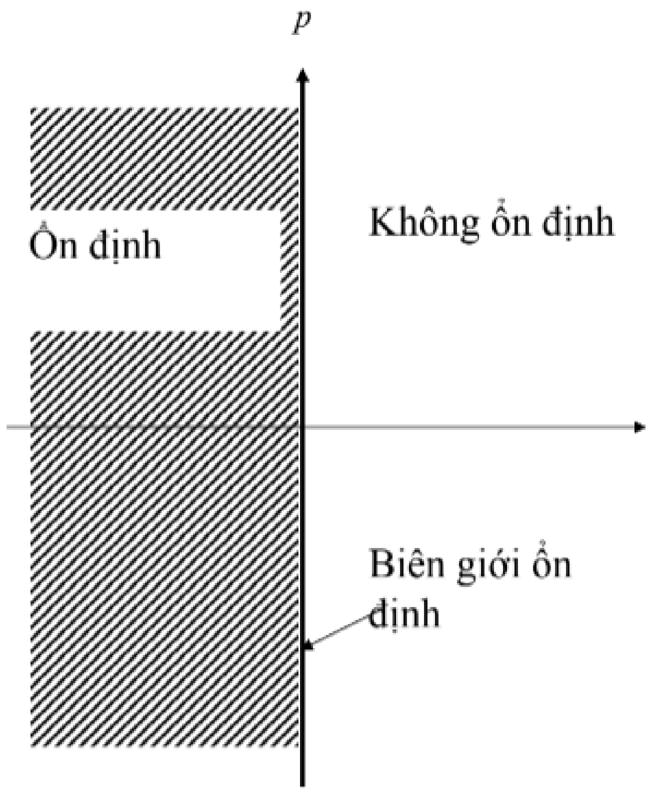
Hệ thống không ổn định $\Leftrightarrow \exists! \alpha_i > 0$

Hệ thống ở biên giới ổn định $\Leftrightarrow \exists! \alpha_i = 0 \wedge \alpha_j \big|_{j \neq i} < 0$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1. Điều kiện ổn định

Nếu thể hiện nghiệm số của phương trình đặc tính lên mặt phẳng phức – được gọi là mặt phẳng *p* thì các nghiệm số có phần thực âm nằm bên trái mặt phẳng phức; các nghiệm số có phần thực dương nằm bên phải mặt phẳng phức; còn các nghiệm có phần thực bằng không nằm trên trục ảo. Như vậy bên trái mặt phẳng phức là miền ổn định, bên phải mặt phẳng phức là miền không ổn định, trục ảo là biên giới.



C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1. Điều kiện ổn định

- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính ổn định là tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính đều nằm bên trái mặt phẳng phức.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính không ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính nằm ở bên phải mặt phẳng phức.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính ở biên giới ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính nằm trên trục ảo và các nghiệm khác nằm ở bên trái mặt phẳng phức.

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1. Điều kiện ổn định

$$p = \frac{1}{T}\ln z \Rightarrow z = e^{pT}$$

$p_i = \alpha_i + j\beta_i$

$$\Rightarrow z_i = e^{p_i T} = e^{(\alpha_i + j\beta_i)T}$$

$$z_i = e^{\alpha_i T}.e^{j\beta_i T} = |z_i| e^{j\beta_i T}$$

$$|z_i| = e^{\alpha_i T}$$

$\alpha_i < 0 \leftrightarrow |z_i| < 1$

$\alpha_i > 0 \leftrightarrow |z_i| > 1$

$\alpha_i = 0 \leftrightarrow |z_i| = 1$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

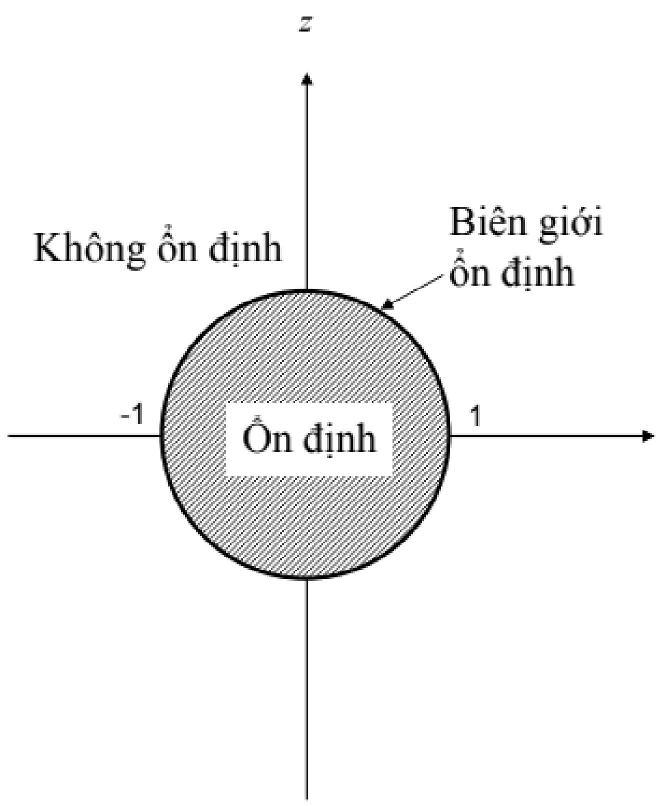
4.1. Điều kiện ổn định hệ điều khiển số

- Điều kiện cần và đủ để hệ thống điều khiển số ổn định là tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính đều có modun nhỏ hơn 1.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống điều khiển số không ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính có modun lớn hơn 1.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống điều khiển số ở biên giới ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính có modun bằng 1 và tất cả các nghiệm còn lại đều có modun nhỏ hơn 1.

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1. Điều kiện ổn định hệ điều khiển số

Nếu thể hiện nghiệm số của phương trình đặc tính lên mặt phẳng phức – được gọi là mặt phẳng *z* thì các nghiệm số có modun nhỏ hơn 1 nằm bên trong đường tròn đơn vị; các nghiệm số có modun lớn hơn 1 nằm bên ngoài đường tròn đơn vị; còn các nghiệm có modun bằng 1 nằm trên đường tròn đơn vị. Như vậy bên trong đường tròn đơn vị là miền ổn định, bên ngoài đường tròn đơn vị là miền không ổn định, đường tròn đơn vị là biên giới.



C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1. Điều kiện ổn định hệ điều khiển số

- Hệ thống có hàm truyền đạt:

$$G(z) = \frac{1 - e^{-T}}{\left(z - e^{-T}\right)\left(z - e^{-2T}\right)}$$

Các cực của G(z) là:

1. $z_1 = e^{-T} \rightarrow |z_1| = e^{-T} < 1$
2. $z_2 = e^{-2T} \rightarrow |z_2| = e^{-2T} < 1$

→ Hệ thống đã cho ổn định

- Hệ thống có hàm truyền đạt:

$$G(z) = \frac{1}{z^2 + 4}$$

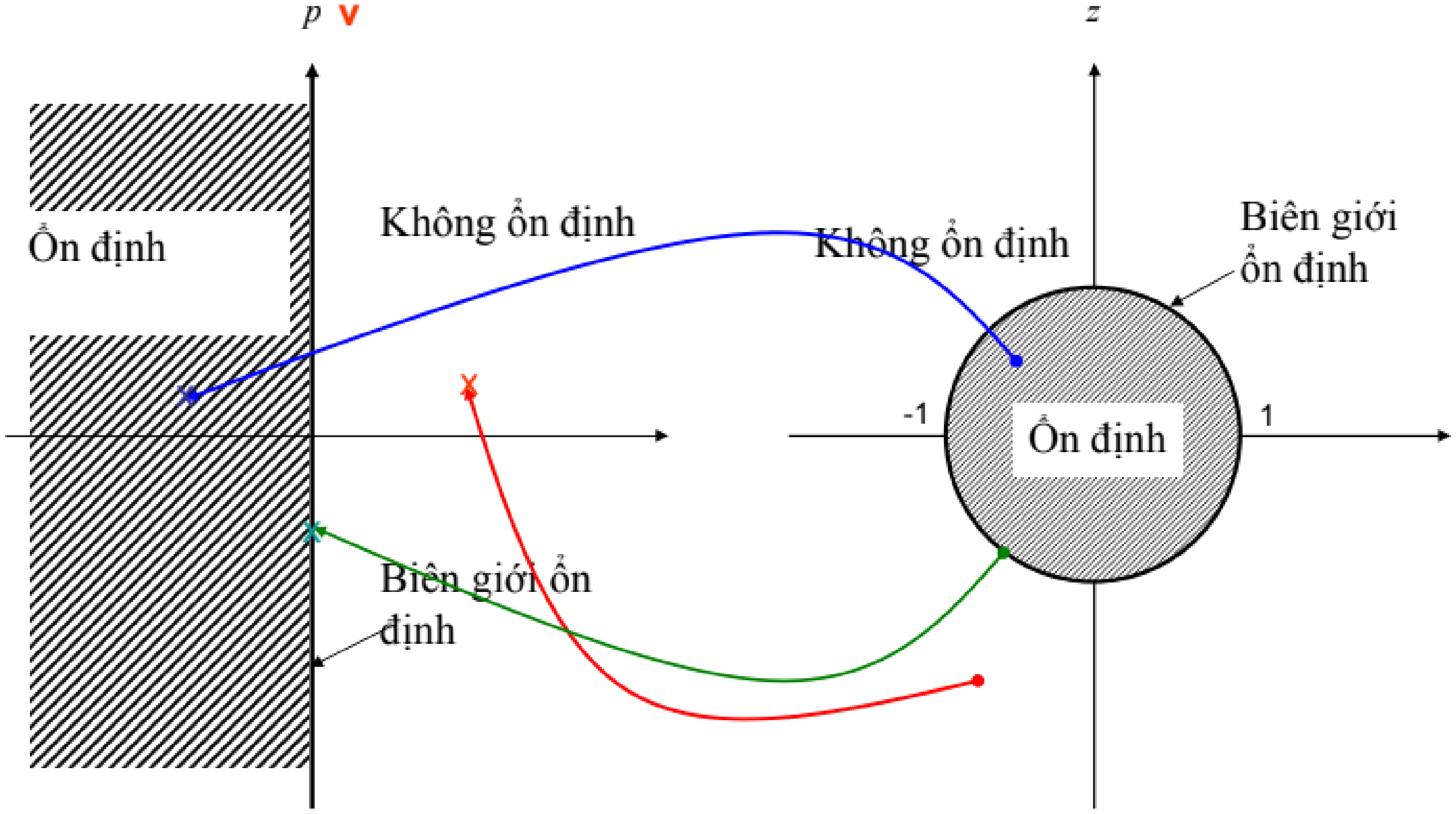
Các cực của G(z) là:

1. $z_1 = j2 \rightarrow |z_1| = 2 > 1$
2. $z_2 = -j2 \rightarrow |z_2| = 2 > 1$

→ Hệ thống đã cho không ổn định

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1. Điều kiện ổn định hệ điều khiển số



$$v = \frac{z-1}{z+1}; \qquad z = \frac{v+1}{-v+1}$$

Phép biến đổi lưỡng tuyến tính

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.2. Ví dụ

- Xét tính ổn định của hệ thống có hàm truyền đạt:

$$G(z) = \frac{1}{z^2 + z + 0.5}$$

Đa thức đặc tính: $\Delta(z) = z^2 + z + 0.5$

Thực hiện phép biến đổi lưỡng tuyến tính:

$$\Delta(z)\Big|_{z=\frac{v+1}{-v+1}} = \left(\frac{v+1}{-v+1}\right)^2 + \frac{v+1}{-v+1} + 0.5$$

$$= \frac{0.5v^2 + v + 2.5}{(1-v)^2}$$

$$\Rightarrow \Delta(v) = 0.5v^2 + v + 2.5$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.2. Ví dụ

$$\Rightarrow \Delta(v) = 0.5v^2 + v + 2.5$$

- Lập bảng Routh:

$$\begin{array}{cc} \boxed{\begin{array}{c} 0.5 \\ 1 \\ 2.5 \end{array}} & \begin{array}{c} 2.5 \\ \\ \\ \end{array} \end{array}$$

➔ Hệ thống đã cho ổn định

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.3. Tiêu chuẩn JURY

- Hệ thống có đa thức đặc tính bậc 2:

  $\Delta(z) = a_0z^2 + a_1z + a_2$

- $\Delta(z)\big|_{z=1} > 0$
- $\Delta(z)\big|_{z=-1} > 0$
- $|a_2| < a_0$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.3. Tiêu chuẩn JURY

- Hệ thống có đa thức đặc tính bậc 3:

$$\Delta(z) = a_0z^3 + a_1z^2 + a_2z + a_3$$

- $\left.\Delta(z)\right|_{z=1} > 0$
- $\left.\Delta(z)\right|_{z=-1} < 0$
- $|a_3| < a_0$
- $|a_3^2 - a_0^2| > |a_1a_3 - a_0a_2|$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.3. Tiêu chuẩn JURY

Ví dụ

$$G(z) = \frac{1}{z^2 + z + 0.5}$$

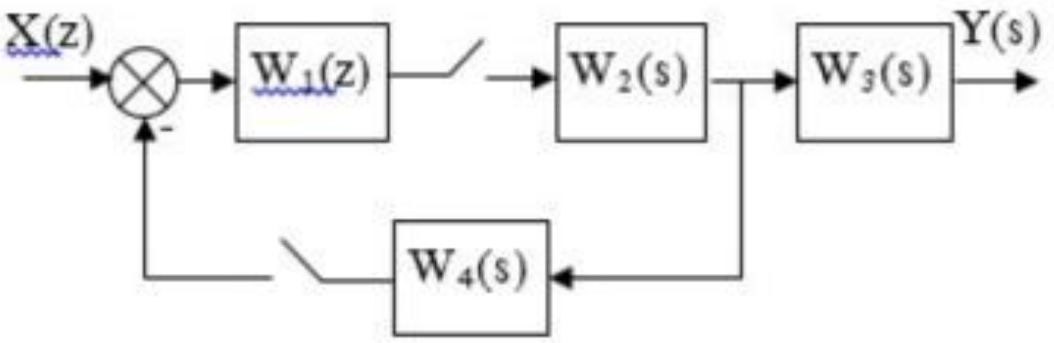
$\Delta(z) = z^2 + z + 0.5$

- $\Delta(z)\big|_{z=1} = 2.5 > 0$ ✓
- $\Delta(z)\big|_{z=-1} = 0.5 > 0$ ✓
- $|0.5| < 1$ ✓

→ Hệ thống đã cho ổn định

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.3. Khảo sát bằng Matlab



$$W_1(z) = \frac{20(z+0,1)}{(2z+0,6)^2};\ W_3(s) = \frac{0,1}{s+1};\ W_2(s) = \frac{10(s+3)}{s+1};\ W_4(s) = \frac{0,1(s+0,1)}{s+2}$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.3. Khảo sát bằng Matlab

a. Tìm hàm truyền đạt của hệ thống.

```
>> W1=tf([20 2],[2 2.4 0.36],0.1)

W1 =

        20 z + 2
  --------------------
  2 z^2 + 2.4 z + 0.36

Sample time: 0.1 seconds
Discrete-time transfer function.
```

```
>> W2=tf([10 30],[1 1])

W2 =

  10 s + 30
  ---------
    s + 1

Continuous-time transfer function.
```

```
>> W21=c2d(W2,0.1)

W21 =

  10 z - 7.145
  ------------
   z - 0.9048

Sample time: 0.1 seconds
Discrete-time transfer function.
```

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.3. Khảo sát bằng Matlab

```
>> W3=tf([0 0.1],[1 1])

W3 =

  0.1
 -----
 s + 1

Continuous-time transfer function.
```

```
>> W31=c2d(W3,0.1)

W31 =

  0.009516
 ----------
 z - 0.9048

Sample time: 0.1 seconds
Discrete-time transfer function.
```

```
>> W4=tf([0.1 0.01],[1 2])

W4 =

 0.1 s + 0.01
 ------------
   s + 2

Continuous-time transfer function.
```

```
>> W41=c2d(W4,0.1)

W41 =

 0.1 z - 0.09909
 ---------------
  z - 0.8187
```

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.3. Khảo sát bằng Matlab

```
>> W12=series(W1,W21)

W12 =

     200 z^2 - 122.9 z - 14.29
  ---------------------------------------
  2 z^3 + 0.5903 z^2 - 1.812 z - 0.3257

Sample time: 0.1 seconds
Discrete-time transfer function.
```

```
>> Wtd1=feedback(W12,W41,-1)

Wtd1 =

     200 z^3 - 286.6 z^2 + 86.33 z + 11.7
  ---------------------------------------------------
  2 z^4 + 18.95 z^3 - 34.4 z^2 + 11.91 z + 1.683
```

```
>> Whe=series(Wtd1,W31)

Whe =

        1.903 z^3 - 2.728 z^2 + 0.8216 z + 0.1113
  -----------------------------------------------------------
  2 z^5 + 17.14 z^4 - 51.55 z^3 + 43.04 z^2 - 9.091 z - 1.523

Sample time: 0.1 seconds
Discrete-time transfer function.
```

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.3. Khảo sát bằng Matlab

Vậy hàm truyền đạt của hệ thống là :

$$W_{he} = \frac{1.903z^3 - 2.728z^2 + 0.8216z + 0.1113}{2z^5 + 17.14z^4 - 51.55z^3 + 43.04z^2 - 9.091z - 1.523}$$

b. Xét sự ổn định của hệ thống

Từ hàm truyền đạt xét ra phương trình đặc tính:

$$2z^5 + 17.14z^4 - 51.55z^3 + 43.04z^2 - 9.091z - 1.523 = 0$$

```
>> MS=[2 17.14 -51.55 43.04 -9.091 -1.523]

>> x=roots(MS)
```

```
x =

 -11.0759
   0.9751
   0.9129
   0.7245
  -0.1066
```

Bằng Matlab ta tìm được nghiệm của phương trình như sau

$z_1 = -11.0759$

$z_2 = 0.9751$

$z_3 = 0.9129$

$z_4 = 0.7245$

$z_5 = -0.1066$

Ta thấy rằng $|z_1| > 1$ nên hệ không ổn định.

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Hàm truyền đạt bộ điều khiển PID số

- Các bộ PID số cũng làm chức năng tương tự như các bộ PID liên tục
  - P: Khâu tỷ lệ
  - I: Khâu tích phân
  - D: Khâu vi phân

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Hàm truyền đạt bộ điều khiển PID số

BỘ ĐIỀU KHIỂN P

- $y(t) = K_P.\ x(t)$
- $y(kT) = K_P.x(kT)$
- $G_{CP}(z) = K_P$

BỘ ĐIỀU KHIỂN I

$$y(t) = K_I \int_0^t x(t)dt$$

$$y(kT) = K_I \int_0^{kT} x(kT)dt$$

$$y(kT) = K_I \int_0^{(k-1)T} x(kT)dt + K_I \int_{(k-1)T}^{kT} x(kT)dt$$

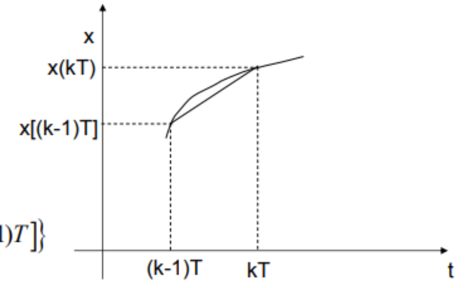
$$y(kT) = y[(k-1)T] + K_I \int_{(k-1)T}^{kT} x(kT)dt$$

BỘ ĐIỀU KHIỂN D

$$y(t) = K_D \frac{dx(t)}{dt}$$

$$y(kT) = K_D \frac{dx(kT)}{dt}$$

$$y(kT) \approx \frac{K_D}{T}\{x(kT) - x[(k-1)T]\}$$



$$\mathbb{Z}\{y(kT)\} = \mathbb{Z}\left\{\frac{K_D}{T}\{x(kT) - x[(k-1)T]\}\right\}$$

$$Y(z) = \frac{K_D}{T}\left[X(z) - z^{-1}X(z)\right]$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Khâu Tích phân của PID

$$y(t) = K_I \int_0^t x(t)dt \qquad y(kT) = K_I \int_0^{kT} x(kT)dt$$

$$y(kT) = K_I \int_0^{(k-1)T} x(kT)dt + K_I \int_{(k-1)T}^{kT} x(kT)dt$$

$$y(kT) = y[(k-1)T] + K_I \int_{(k-1)T}^{kT} x(kT)dt$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Khâu Tích phân của PID

$$G_{CI}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{K_I T}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}$$

$$y(k) = y(k-1) + \frac{K_I T}{2}\left[x(k) + x(k-1)\right]$$

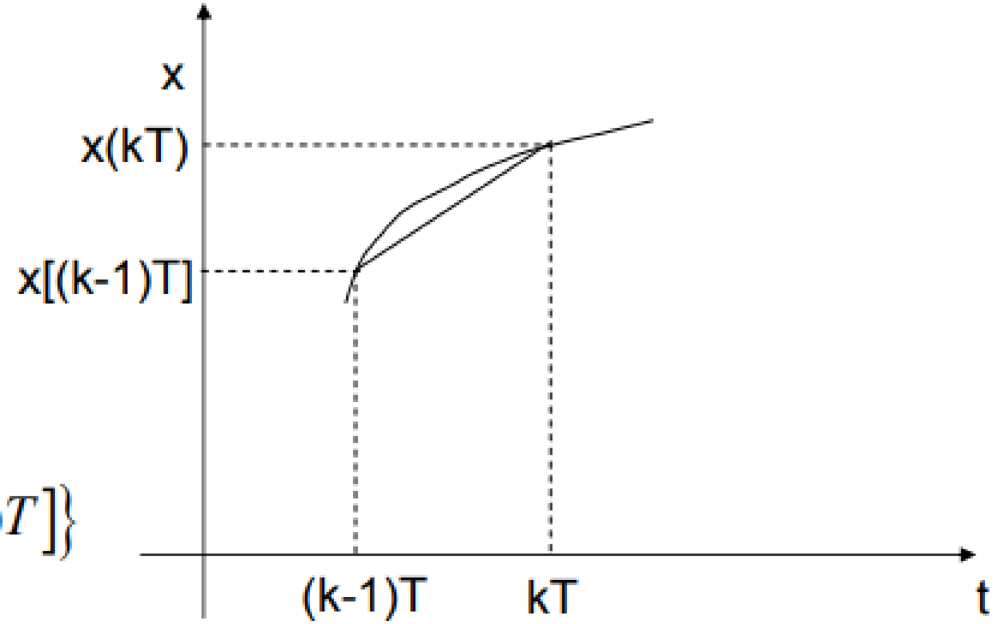
C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Khâu Vi phân của PID

$$y(t) = K_D \frac{dx(t)}{dt}$$

$$y(kT) = K_D \frac{dx(kT)}{dt}$$

$$y(kT) \approx \frac{K_D}{T}\{x(kT) - x[(k-1)T]\}$$



$$\mathbb{Z}\{y(kT)\} = \mathbb{Z}\left\{\frac{K_D}{T}\{x(kT) - x[(k-1)T]\}\right\}$$

$$Y(z) = \frac{K_D}{T}\left[X(z) - z^{-1}X(z)\right]$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Khâu Vi phân của PID

$$G_{CD}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{K_D}{T} \cdot \frac{z-1}{z}$$

$$y(k) = \frac{K_D}{T}\left[x(k) - x(k-1)\right]$$

C 3. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3. Khâu Vi phân của PID

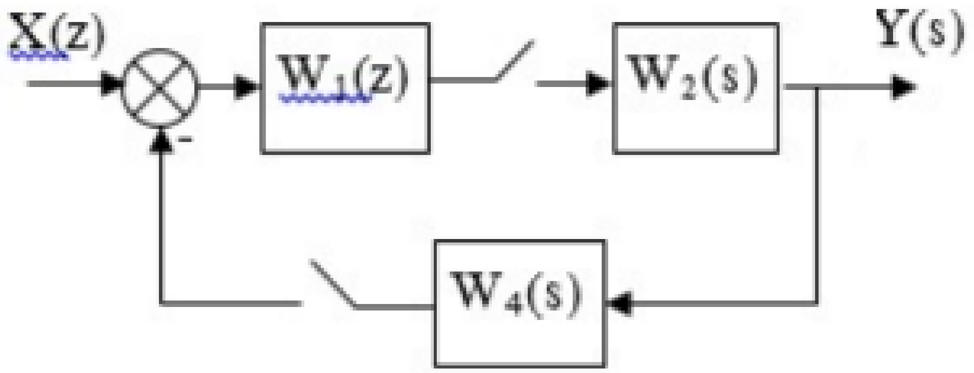
$$G_{CD}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{K_D}{T} \cdot \frac{z-1}{z}$$

$$y(k) = \frac{K_D}{T}\left[x(k) - x(k-1)\right]$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.4. Bài tập về nhà. Khảo sát tính ổn định hàm truyền số

- Khảo sát bằng phương pháp giải nghiệm thực phương trình đặc tính
- Khảo sát JuRy
- Khảo sát Matlab



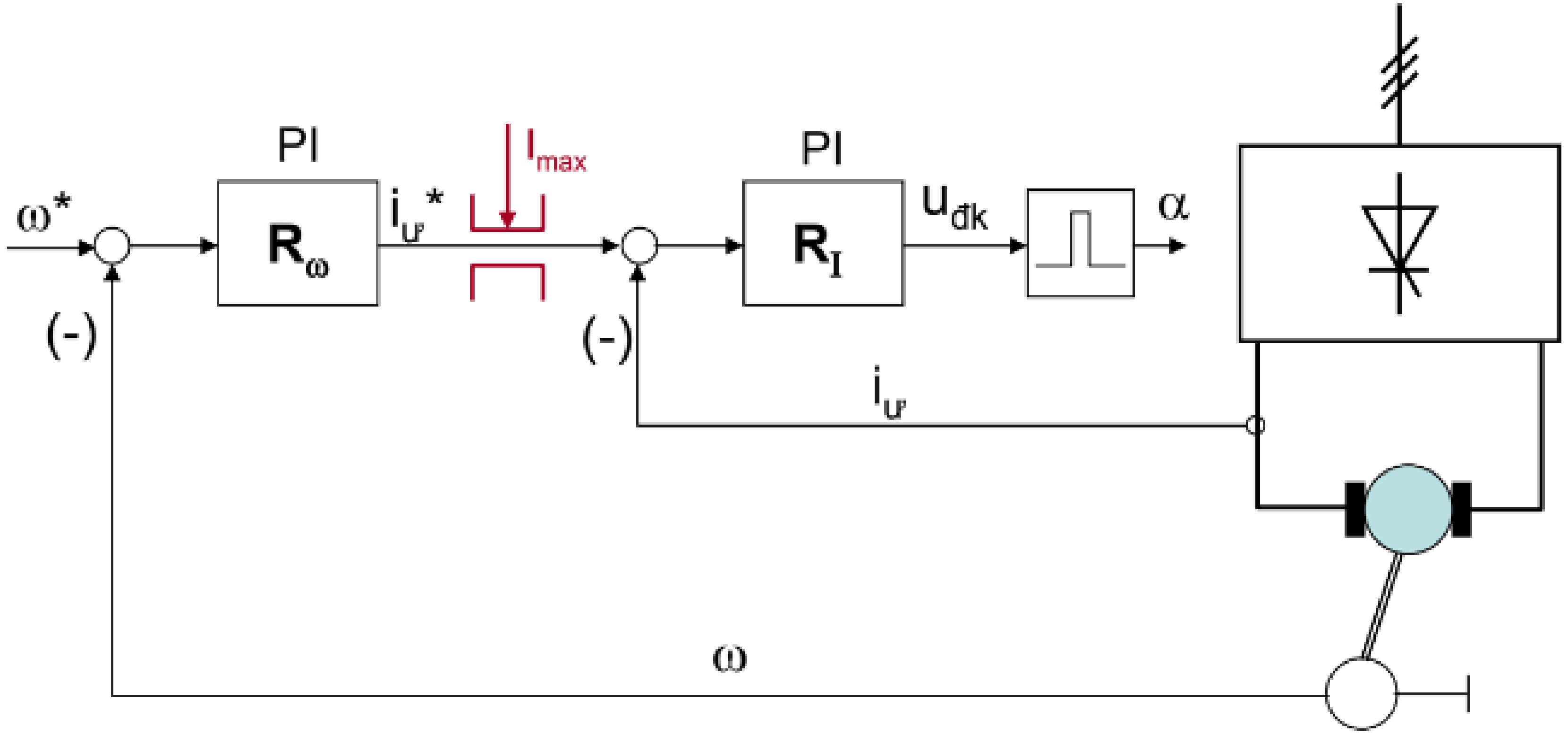
$$W1 = \frac{2}{3s+1}$$

$$W2 = \frac{7}{s+1}$$

$$W4 = \frac{2}{4s+1}$$

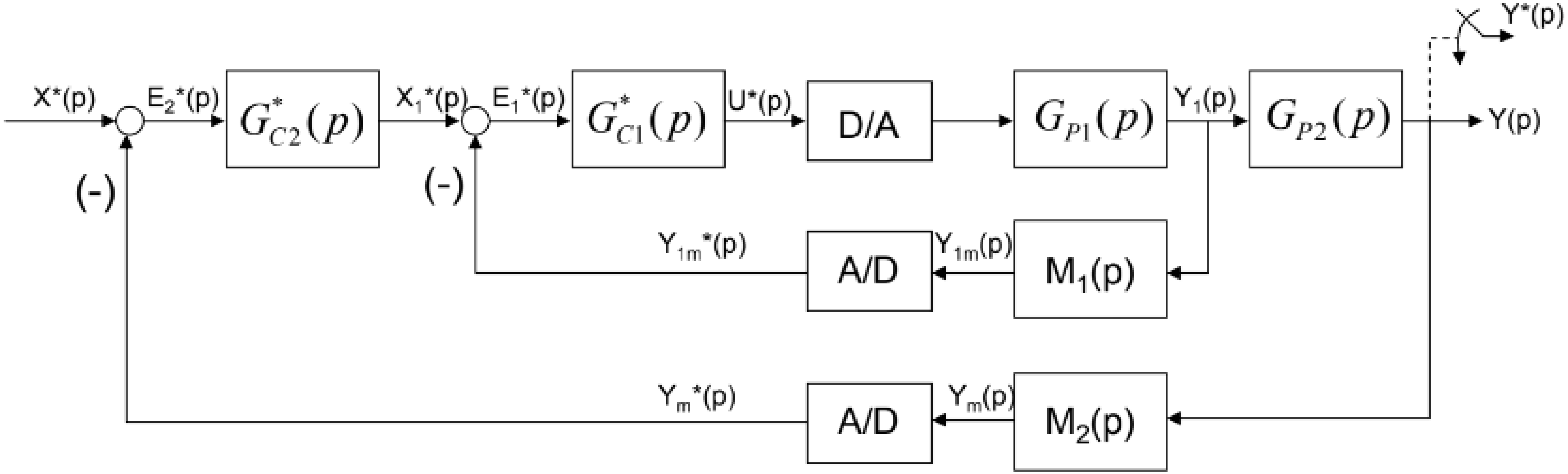
C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số



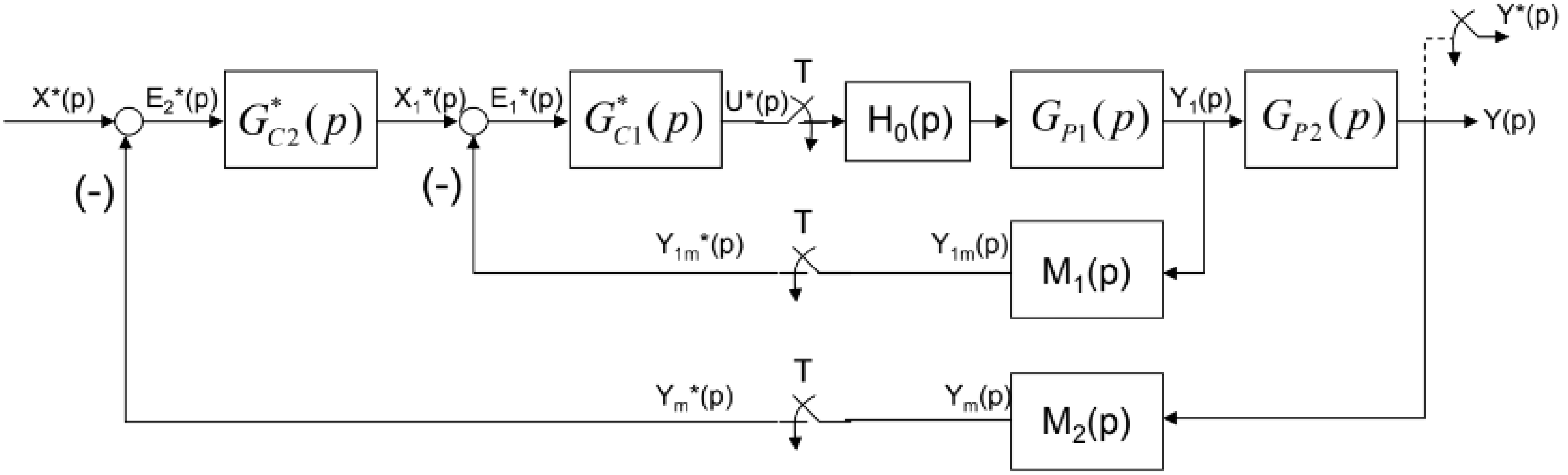
C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số



C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số



C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số

$$E_2^*(p) = X^*(p) - Y_m^*(p) \qquad (1)$$

$$X_1^*(p) = E_2^*(p).G_{C2}^*(p) \qquad (2)$$

$$E_1^*(p) = X_1^*(p) - Y_{1m}^*(p) \qquad (3)$$

$$U^*(p) = E_1^*(p).G_{C1}^*(p) \qquad (4)$$

$$Y(p) = U^*(p).H_0 G_{P1} G_{P2}(p)$$

$$Y^*(p) = \left[U^*(p).H_0 G_{P1} G_{P2}(p)\right]^*$$

$$Y^*(p) = U^*(p).H_0 G_{P1} G_{P2}^*(p) \qquad (5)$$

$$Y_{1m}(p) = U^*(p).H_0 G_{P1} M_1(p)$$

$$Y_{1m}^*(p) = \left[U^*(p).H_0 G_{P1} M_1(p)\right]^*$$

$$Y_{1m}^*(p) = U^*(p).H_0 G_{P1} M_1^*(p) \qquad (6)$$

$$Y_m(p) = U^*(p).H_0 G_{P1} G_{P2} M_2(p)$$

$$Y_m^*(p) = \left[U^*(p).H_0 G_{P1} G_{P2} M_2(p)\right]^*$$

$$Y_m^*(p) = U^*(p).H_0 G_{P1} G_{P2} M_2^*(p) \qquad (7)$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

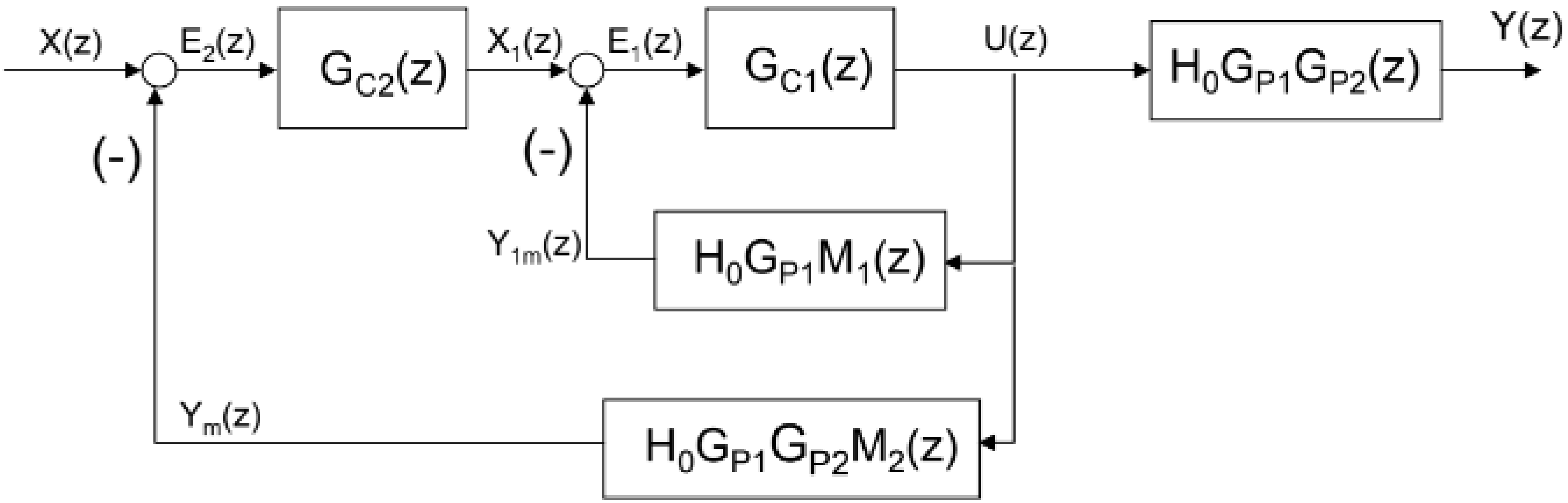
4.5. Thiết kế bộ điều khiển số

- Thay $p = \frac{1}{T}\ln z$ vào các biểu thức "*"

$E_2^*(p) = X^*(p) - Y_m^*(p)$	(1)	$E_2(z) = X(z) - Y_m(z)$	(1)
$X_1^*(p) = E_2^*(p).G_{C2}^*(p)$	(2)	$X_1(z) = E_2(z).G_{C2}(z)$	(2)
$E_1^*(p) = X_1^*(p) - Y_{1m}^*(p)$	(3)	$E_1(z) = X_1(z) - Y_{1m}(z)$	(3)
$U^*(p) = E_1^*(p).G_{C1}^*(p)$	(4)	$U(z) = E_1(z).G_{C1}(z)$	(4)
$Y^*(p) = U^*(p).H_0G_{P1}G_{P2}^*(p)$	(5)	$Y(z) = U(z).H_0G_{P1}G_{P2}(z)$	(5)
$Y_{1m}^*(p) = U^*(p).H_0G_{P1}M_1^*(p)$	(6)	$Y_{1m}(z) = U(z).H_0G_{P1}M_1(z)$	(6)
$Y_m^*(p) = U^*(p).H_0G_{P1}G_{P2}M_2^*(p)$	(7)	$Y_m(z) = U(z).H_0G_{P1}G_{P2}M_2(z)$	(7)

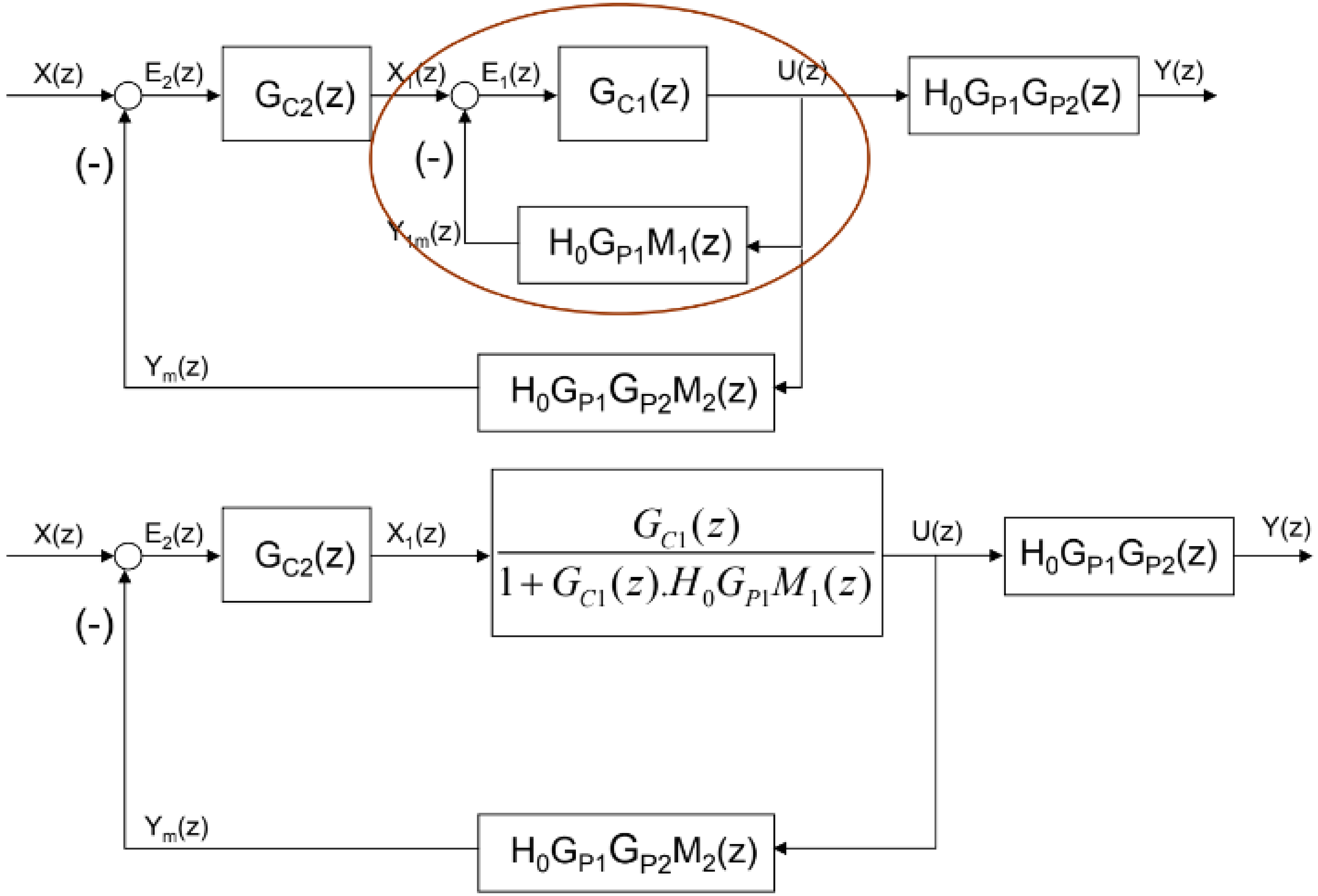
C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số



C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

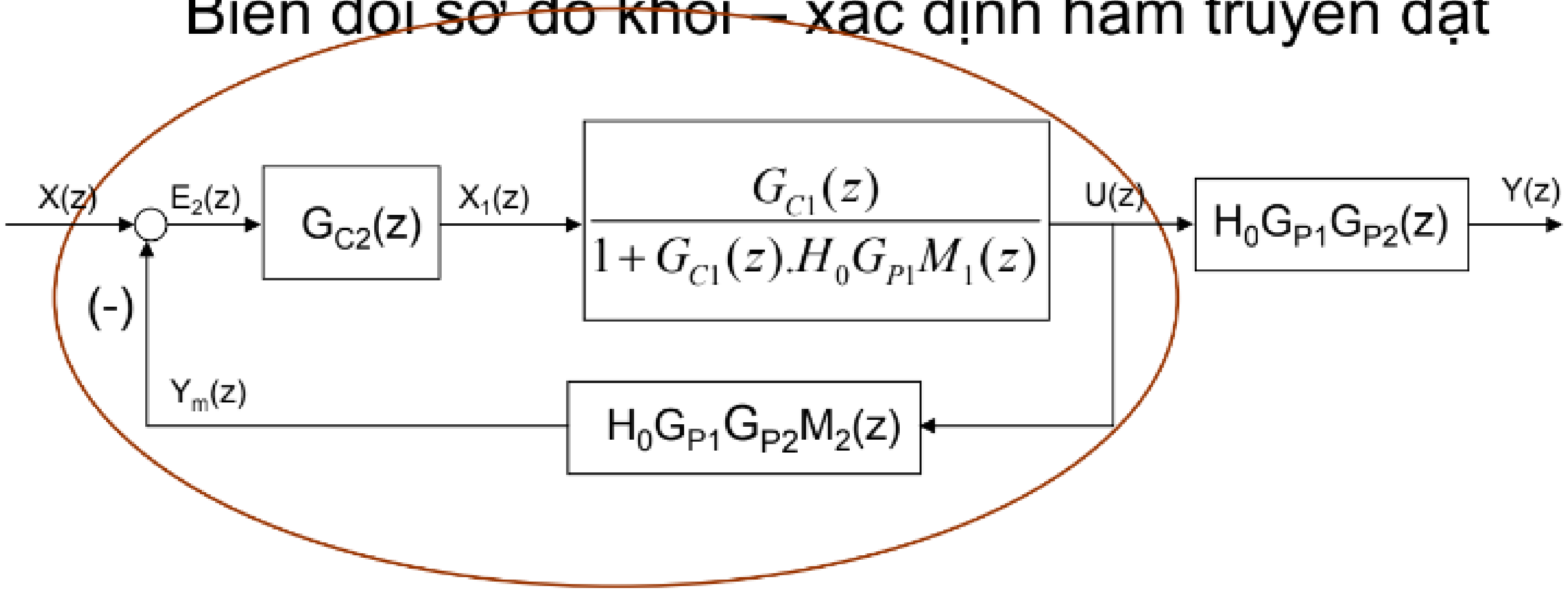
4.5. Thiết kế bộ điều khiển số

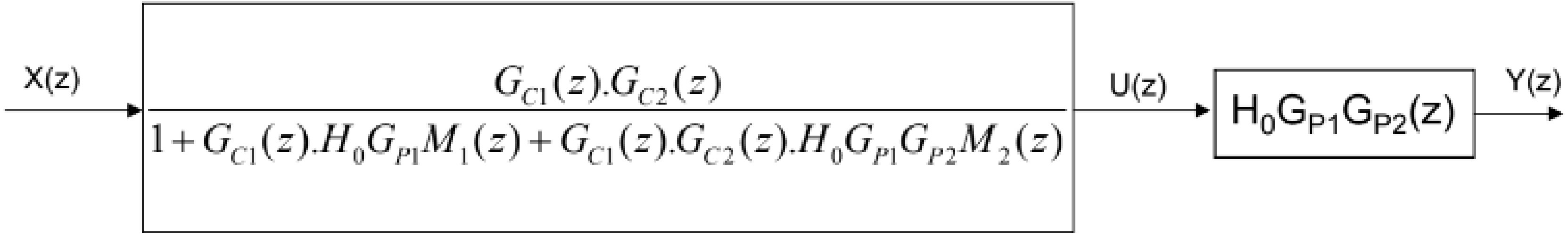


C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số

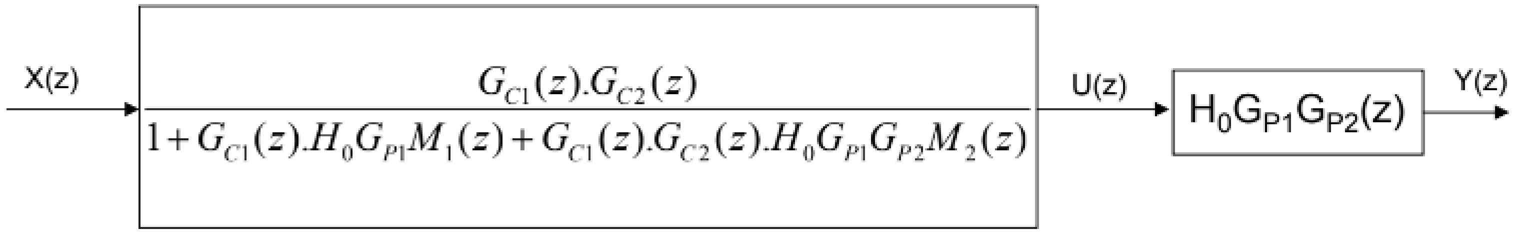
Biến đổi sơ đồ khối – xác định hàm truyền đạt

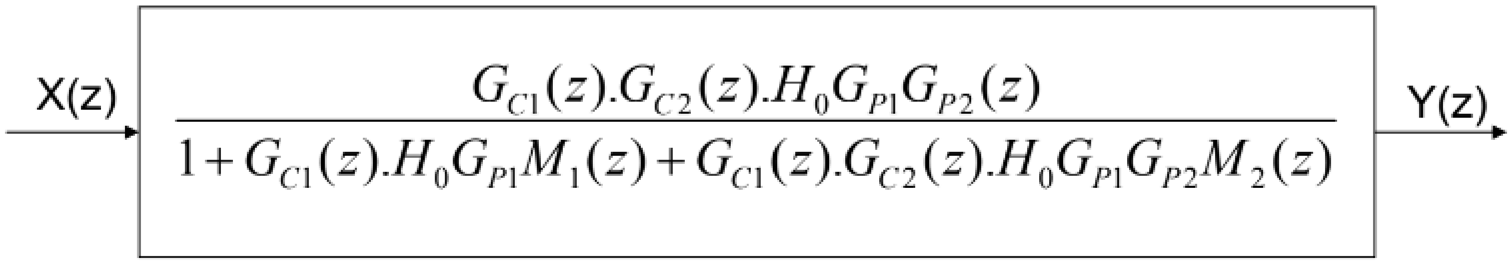




C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số





$$G(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{G_{C1}(z).G_{C2}(z).H_0G_{P1}G_{P2}(z)}{1+G_{C1}(z).H_0G_{P1}M_1(z)+G_{C1}(z).G_{C2}(z).H_0G_{P1}G_{P2}M_2(z)}$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số

$$H_0G_{P1}G_{P2}(z) = \frac{z-1}{z}\mathbb{Z}\left\{\frac{G_{P1}(p).G_{P2}(p)}{p}\right\}$$

$$H_0G_{P1}M_1(z) = \frac{z-1}{z}\mathbb{Z}\left\{\frac{G_{P1}(p).M_1(p)}{p}\right\}$$

$$H_0G_{P1}G_{P2}M_2(z) = \frac{z-1}{z}\mathbb{Z}\left\{\frac{G_{P1}(p).G_{P2}(p).M_2(p)}{p}\right\}$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số

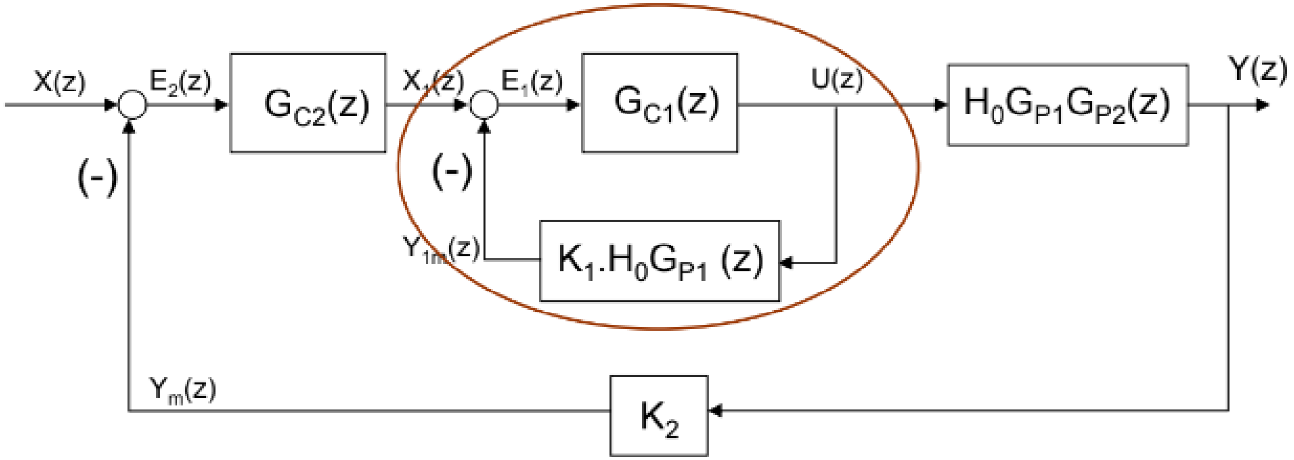
- $M_1(p) = K_1$
- $M_2(p) = K_2$

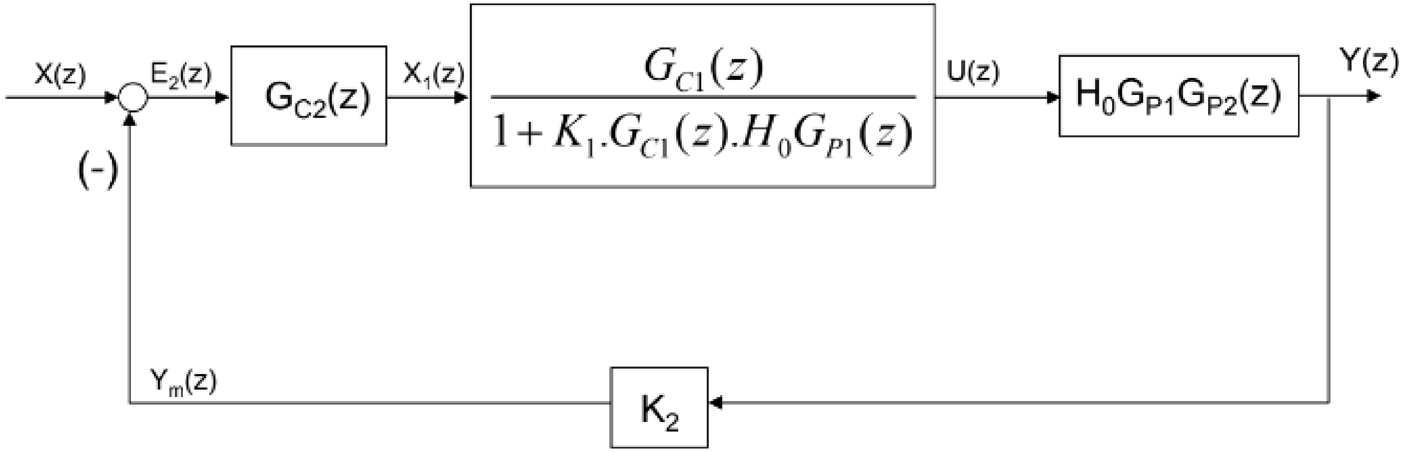
$$H_0G_{P1}M_1(z) = K_1.H_0G_{P1}(z)$$

$$H_0G_{P1}G_{P2}M_2(z) = K_2.H_0G_{P1}G_{P2}(z)$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

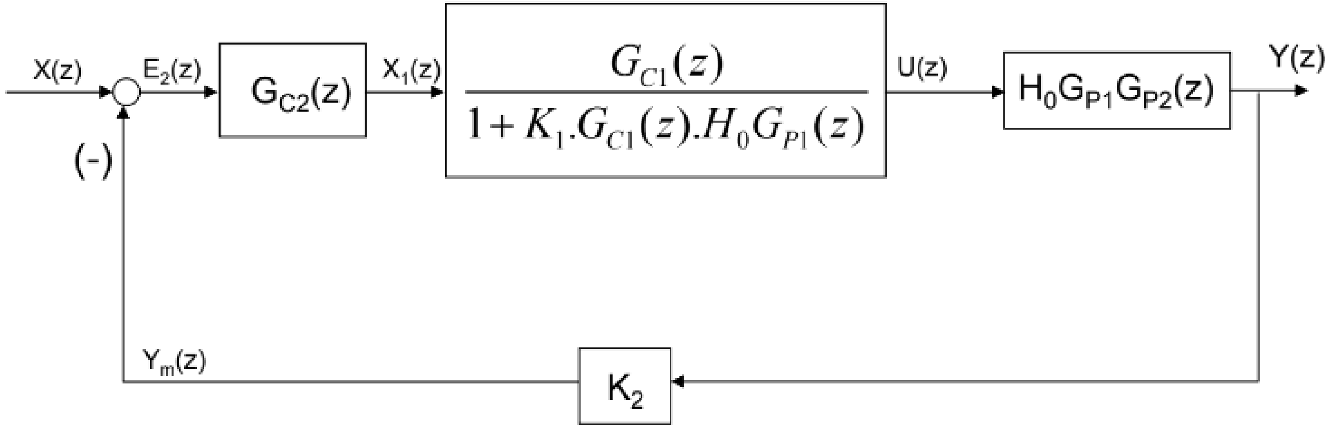
4.5. Thiết kế bộ điều khiển số

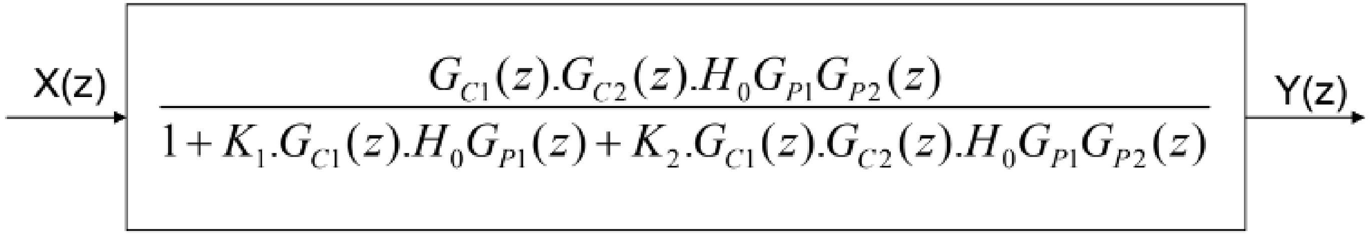




C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bô điều khiển số





$$G(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{G_{C1}(z).G_{C2}(z).H_0G_{P1}G_{P2}(z)}{1+K_1.G_{C1}(z).H_0G_{P1}(z)+K_2.G_{C1}(z).G_{C2}(z).H_0G_{P1}G_{P2}(z)}$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số - phương pháp đệ quy

$$f(kT) \Rightarrow \mathbb{Z}\left\{f(kT)\right\} = F(z) \qquad \Rightarrow \mathbb{Z}^{-1}\left\{F(z)\right\} = f(kT)$$

$$\Rightarrow \mathbb{Z}\left\{f\left[(k-1)T\right]\right\} = z^{-1}F(z) \quad \Rightarrow \mathbb{Z}^{-1}\left\{z^{-1}F(z)\right\} = f\left[(k-1)T\right]$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số - phương pháp đệ quy

Cho hàm truyền đạt của khâu: $G(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{2z-1}{2z^2-z-1}$

và tín hiệu đầu vào x(kT) với k=0, 1, 2, …, ∞. Xây dựng biểu thức xác định y(kT)

1. Nhân chéo:

$$2z^2Y(z)-zY(z)-Y(z)=2zX(z)-X(z)$$

2. Nhân hai vế cho z^{-n} với n là bậc cao nhất của z:

$$2Y(z)-z^{-1}Y(z)-z^{-2}Y(z)=2z^{-1}X(z)-z^{-2}X(z)$$

3. Lấy Z^{-1} cả hai vế. Áp dụng tính chất Z của hàm trễ:

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số - phương pháp đệ quy

3. Lấy Z^{-1} cả hai vế. Áp dụng tính chất Z của hàm trễ:

$$\mathbb{Z}^{-1}\left\{2Y(z)-z^{-1}Y(z)-z^{-2}Y(z)\right\}=\mathbb{Z}^{-1}\left\{2z^{-1}X(z)-z^{-2}X(z)\right\}$$

$$2y(kT)-y[(k-1)T]-y[(k-2)T]=2x[(k-1)T]-x[(k-2)T]$$

4. Xác định y(kT). Đơn giản cách viết:

$$y(kT)=0.5y[(k-1)T]+0.5y[(k-2)T]+x[(k-1)T]-0.5x[(k-2)T]$$

$$y(k)=0.5y(k-1)+0.5y(k-2)+x(k-1)-0.5x(k-2);\ k=0,1,2,\ldots,\infty$$

Biểu thức đệ quy đặc tính thời gian đầu ra của khâu đã cho

$$y(0)=0.5y(-1)+0.5y(-2)+2x(-1)-0.5x(-2)$$

5. Xác định các giá trị ban đầu:

y(-1) = 0; y(-2) = 0; x(-1) = 0; x(-2) = 0

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số - phương pháp đệ quy

Các bước tính

$$y(k) = 0.5y(k-1) + 0.5y(k-2) + x(k-1) - 0.5x(k-2);\ k = 0,1,2,\ldots,\infty$$

k = 0 … y(0) = 0.5y(-1) + 0.5y(-2) + x(-1) – 0.5x(-2) = 0

k = 1 … y(1) = 0.5y(0) + 0.5y(-1) + x(0) – 0.5x(-1) = x(0)

k = 2 … y(2) = 0.5y(1) + 0.5y(0) + x(1) – 0.5x(0) = 0.5x(0) + x(1) – 0.5x(0)
= x(1)

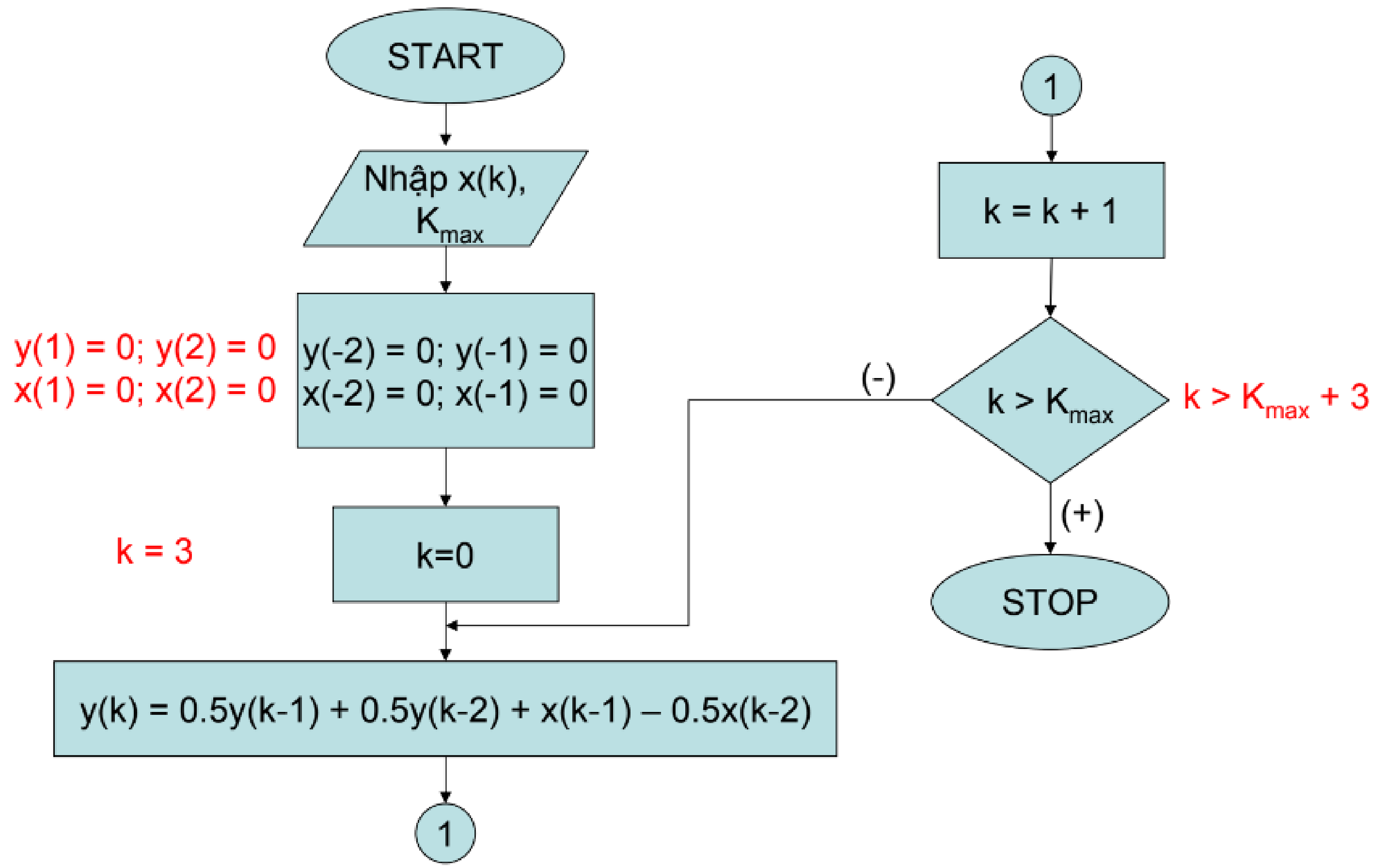
k = 3 … y(3) = 0.5y(2) + 0.5y(1) + x(2) – 0.5x(1) = 0.5x(1) + 0.5x(0) + x(2) – 0.5x(1)
= x(2) + 0.5 x(0)

. . . .

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số - phương pháp đệ quy

Lưu đồ thuật toán



C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số - Ví dụ

Cho hàm truyền đạt của khâu: $$H_0G_P(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{a_2}{z - a_1}$$

và tín hiệu đầu vào u(kT) với k=0, 1, 2, …, ∞.

Xây dựng biểu thức xác định y(kT):

1. Nhân chéo:

$$zY(z) - a_1Y(z) = a_2U(z)$$

2. Nhân hai vế cho z^{-1}:

$$Y(z) - a_1z^{-1}Y(z) = a_2z^{-1}U(z)$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số - Ví dụ

$$Y(z) - a_1 z^{-1} Y(z) = a_2 z^{-1} U(z)$$

3. Lấy Z^{-1} cả hai vế. Áp dụng tính chất Z của hàm trễ:

$$\mathbb{Z}^{-1}\left\{Y(z) - a_1 z^{-1} Y(z)\right\} = \mathbb{Z}^{-1}\left\{a_2 z^{-1} U(z)\right\}$$

$$y(kT) - a_1 y[(k-1)T] = a_2 u[(k-1)T]$$

4. Xác định u(kT). Đơn giản cách viết:

$$y(kT) = a_1 y[(k-1)T] + a_2 u[(k-1)T]$$

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 u(k-1)$$

$$y(0) = a_1 y(-1) + a_2 u(-1)$$

5. Xác định các giá trị ban đầu:

y(-1) = 0; u(-1) = 0

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số - Ví dụ

Các bước tính

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 u(k-1)$$

k = 0 … $y(0) = a_1y(-1) + a_2u(-1) = 0$

k = 1 … $y(1) = a_1y(0) + a_2u(0) = u(0)$

k = 2 … $y(2) = a_1y(1) + a_2u(1) = a_1u(0) + a_2u(1)$

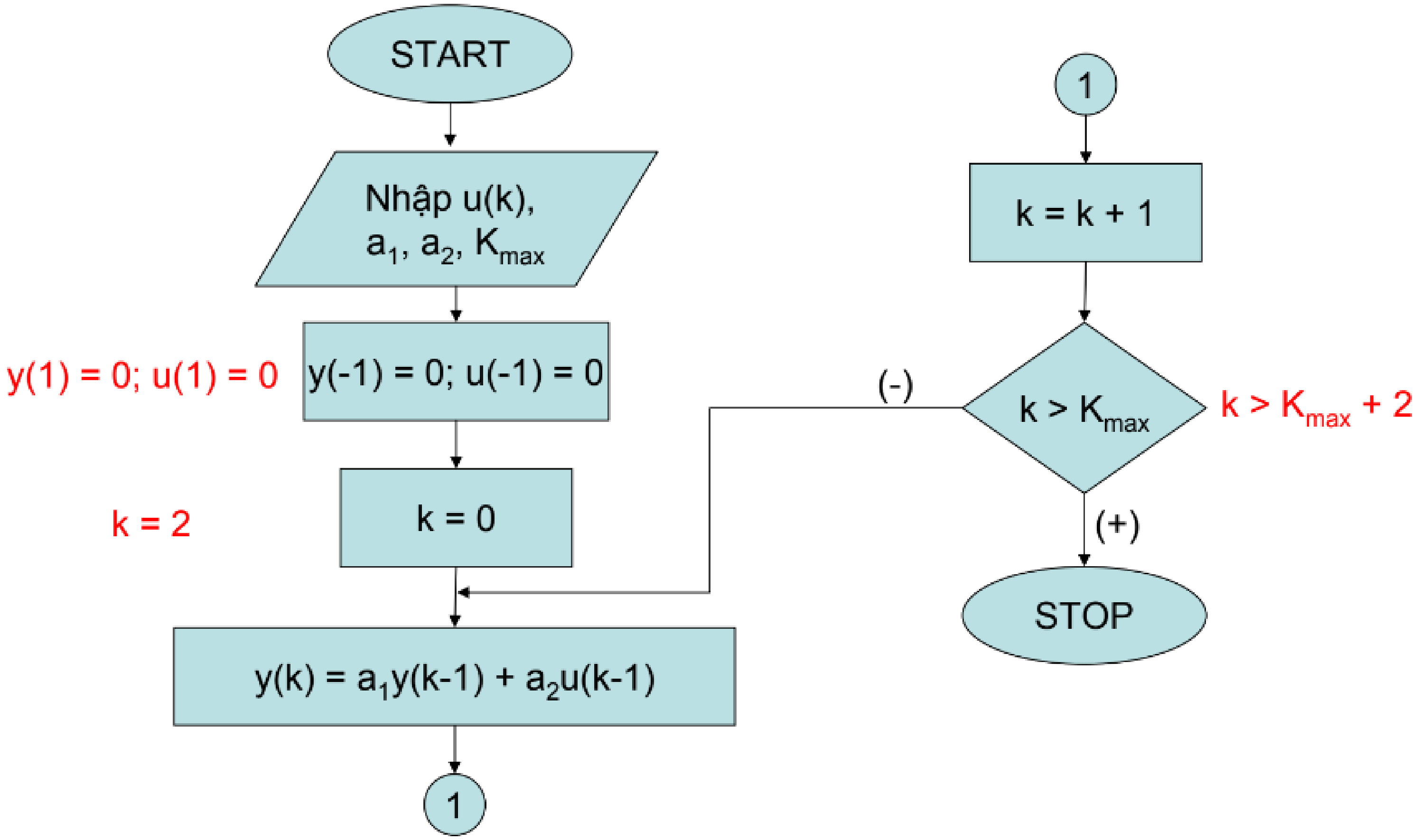
k = 3 … $y(3) = a_1y(2) + a_2u(2) = a_1[a_1u(0) + a_2u(1)] + a_2u(2)$

. . . .

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế bộ điều khiển số - Ví dụ

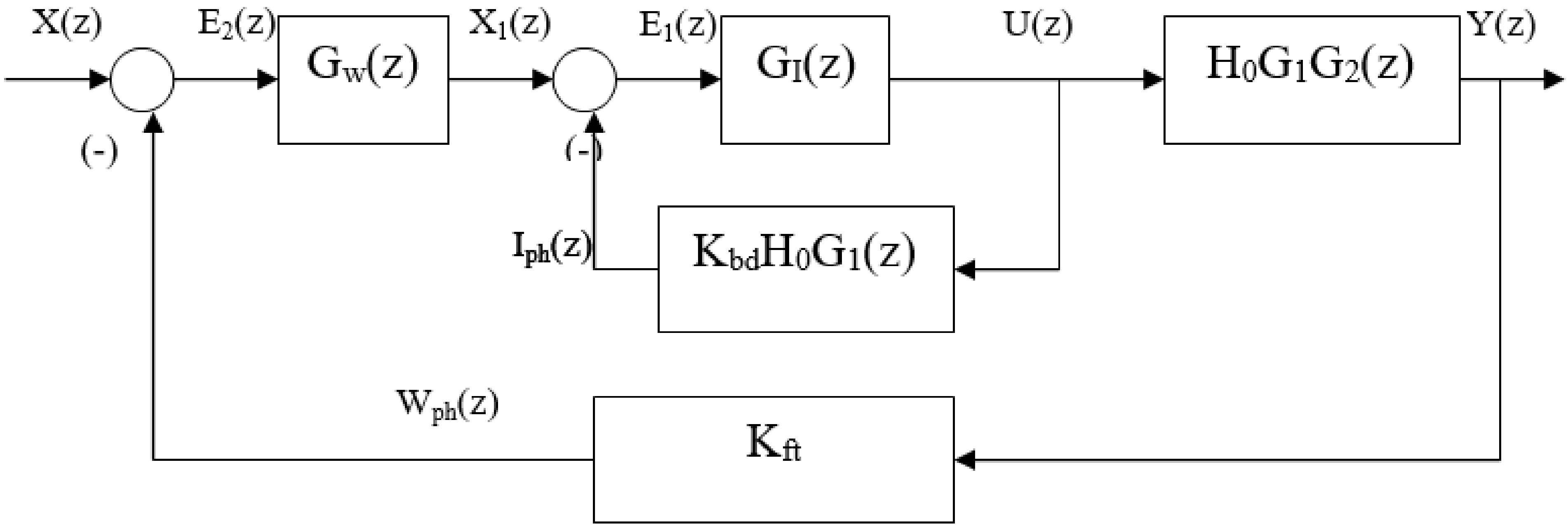
Lưu đồ thuật toán



C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế chương trình

Ta có sơ đồ khối sau khi chuyển đổi z



C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế chương trình

$W(z) = U(z).H_0G_1G_2(z)$

$U(z) = E_1(z).G_I(z)$

$E_1(z) = X_1(z) – I_{ph}(z)$

$X_1(z) = E_2(z).G_w(z)$

$E_2(z) = X(z) – W_{ph}(z)$

$I_{ph}(z) = U(z).K_{bd}H_0G_1(z)$

$W_{ph}(z) = U(z).K_{ft}H_0G_1G_2(z)$

$$H_0G_1G_2(z) = \frac{z-1}{z} Z\left(\frac{G_1(s)G_2(s)}{s}\right) = \frac{z-1}{z} . \frac{K_Đ K_{cl}(1-e^{-T/T_C})z}{(z-1)(z-e^{-T/T_C})} =$$

$$= \frac{K_Đ K_{cl}(1-e^{-T/T_C})}{(z-e^{-T/T_C})} = \frac{a2}{z-a1}$$

$$a1 = e^{-T/T_C}$$

$$a2 = K_Đ K_{cl}(1-a1)$$

$$K_{bd}H_0G_1(z) = K_{bd} \frac{z-1}{z} Z\left(\frac{G_1(s)}{s}\right) = K_{bd} \frac{z-1}{z} . \frac{K_Đ K_{cl} J}{K\Phi T_C} . \frac{z}{(z-e^{-T/T_C})}$$

$$= \frac{K_{bd} K_Đ K_{cl} J}{K\Phi T_C} \frac{(z-1)}{(z-e^{-T/T_C})} = \frac{a3(z-1)}{z-a1}$$

$$a3 = \frac{K_{bd} K_Đ K_{cl} J}{K\Phi T_C}$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế chương trình

$$W(z) = U(z).H_0G_1G_2(z)$$

$$U(z) = E_1(z).G_I(z)$$

$$E_1(z) = X_1(z) - I_{ph}(z)$$

$$X_1(z) = E_2(z).G_w(z)$$

$$E_2(z) = X(z) - W_{ph}(z)$$

$$I_{ph}(z) = U(z).K_{bd}H_0G_1(z)$$

$$W_{ph}(z) = U(z).K_{ft}H_0G_1G_2(z)$$

$$K_{ft}H_0G_1G_2(z) = K_{ft}\frac{z-1}{z}Z\left(\frac{G_1(s)G_2(s)}{s}\right) =$$

$$\frac{K_{ft}K_{Đ}K_{cl}(1-e^{-T/T_c})}{(z-e^{-T/T_c})} = \frac{a4}{z-a1}$$

$$a4 = K_{ft}a2$$

$$G_I(z) = K_{p1}$$

$$G_w(z) = \frac{A_{0w}z + A_{1w}}{z-1}$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế chương trình

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{a_2}{z - a_1}$$

$$\Leftrightarrow ZY(z) - a_1 Y(z) = a_2 U(z)$$

$$\Leftrightarrow Y(z) = a_1 z^{-1} Y(z) + a_2 z^{-1} U(z)$$

$$\Leftrightarrow y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 u(k-1) \qquad (3.1)$$

$$\frac{I_{ph}(z)}{U(z)} = \frac{a_3 z - a_3}{z - a_1} \qquad (3.2)$$

$$\Leftrightarrow i_{ph}(k) = a_1 i_{ph}(k-1) + a_3 u(k) - a_3 u(k-1)$$

$$\frac{W_{ph}(z)}{U(z)} = \frac{a_4}{z - a_1} \qquad (3.3)$$

$$\Leftrightarrow \omega_{ph}(k) = a_1 \omega_{ph}(k-1) + a_4 u(k-1)$$

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế chương trình

$$\frac{U(z)}{E_1(z)} = Kp1 \qquad (3.4)$$

$$\Leftrightarrow u(k) = K_{p1}.e_1(k)$$

$$\frac{X_1(z)}{E_2(z)} = \frac{A_{02}z + A_{12}}{z-1} \qquad (3.5)$$

$$\Leftrightarrow x_1(k) = x_1(k-1) + A_{01}e_2(k) + A_{12}.e_2(k-1)$$

$A_{02}=K_{p2}+K_{I2}*T/2;$

$A_{12}=-K_{p2}+K_{I2}*T/2;$

E1(z)=X1(z)-Iph(z)

$e_1(k)=x_1(k)-i_{ph}(k)$ (3.6)

E2(z)=X (z)-Wph(z)

$e_2(k)=x\ (k)-w_{ph}(k)$ (3.7)

C 4. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.5. Thiết kế chương trình

Viết chương trình Matlab hoặc Vi điều khiển